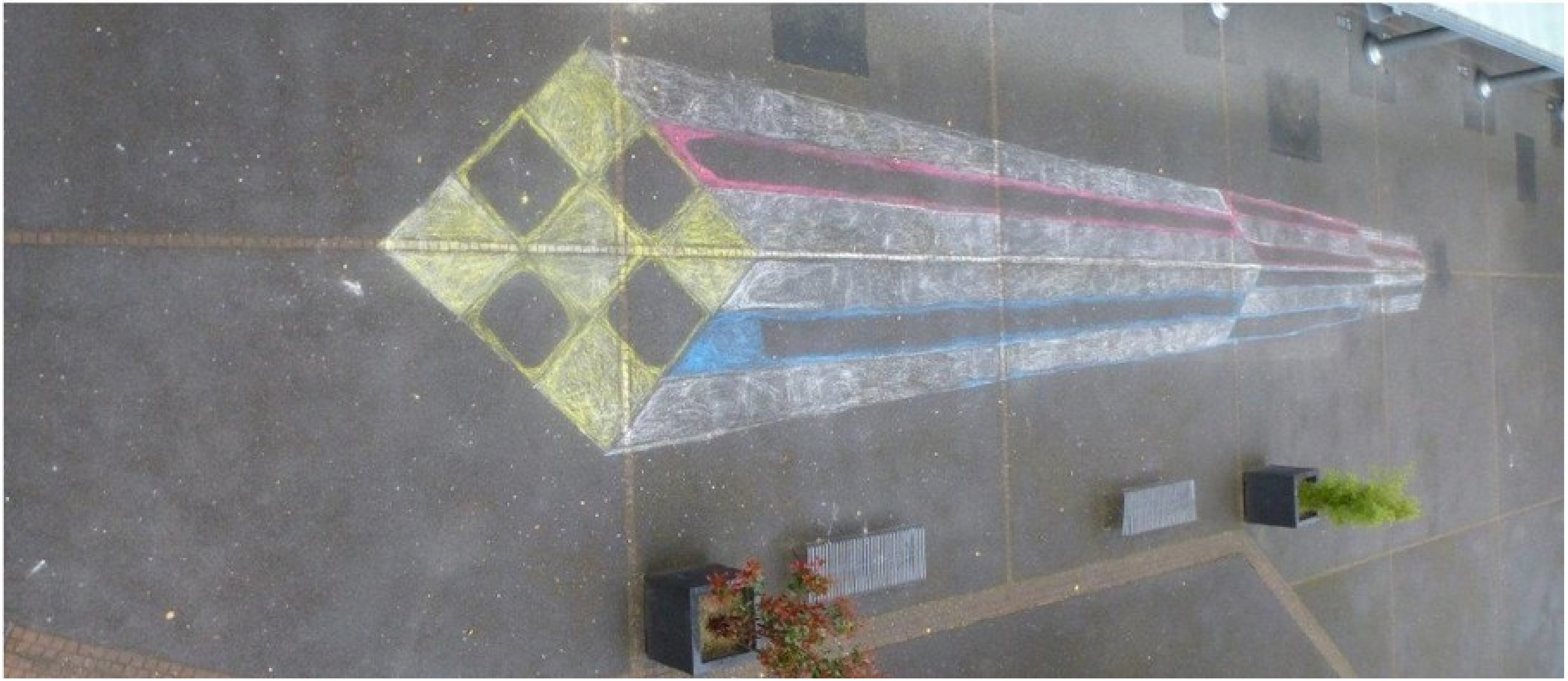
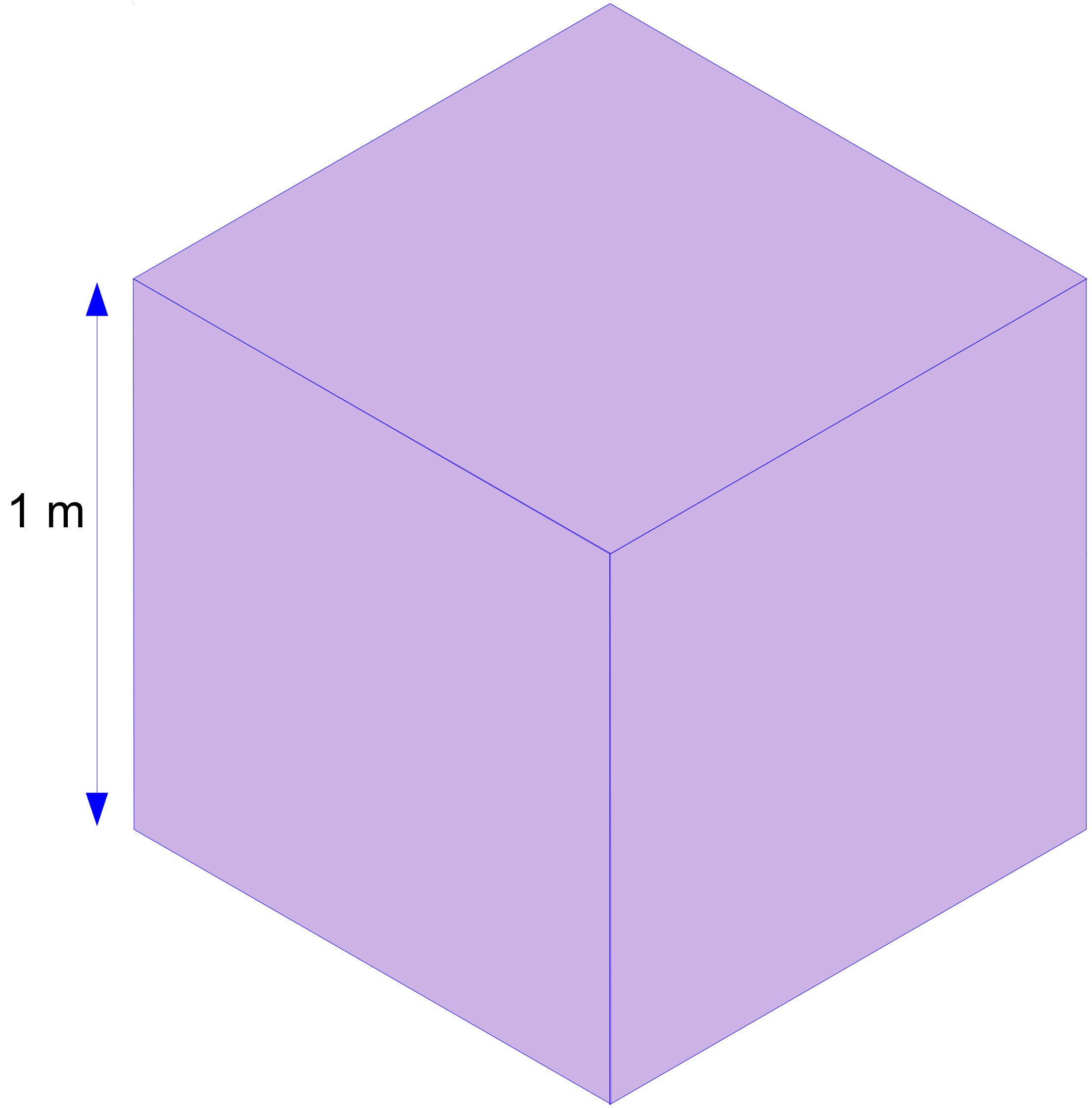
Étude pour une anamorphose :



J'ai montré à mes élèves quelques anamorphoses trouvées sur le Web :
http://www.youtube.com/watch?v=LI62wds0zgI
http://www.youtube.com/watch?v=NYXf-hwZEx0
http://www.youtube.com/watch?v=4icC0VOGE2U
http://www.youtube.com/watch?v=BHPKf_Hj1GA

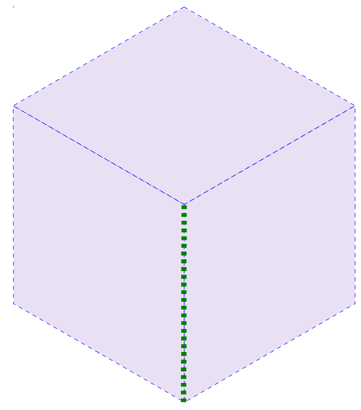
La peinture Les Ambassadeurs de Hans Holbein le Jeune contient près de la base de la toile l'anamorphose d'un crâne, qui est en fait une vanité. On ne peut voir le crâne qu'en regardant le tableau avec une vue rasante.

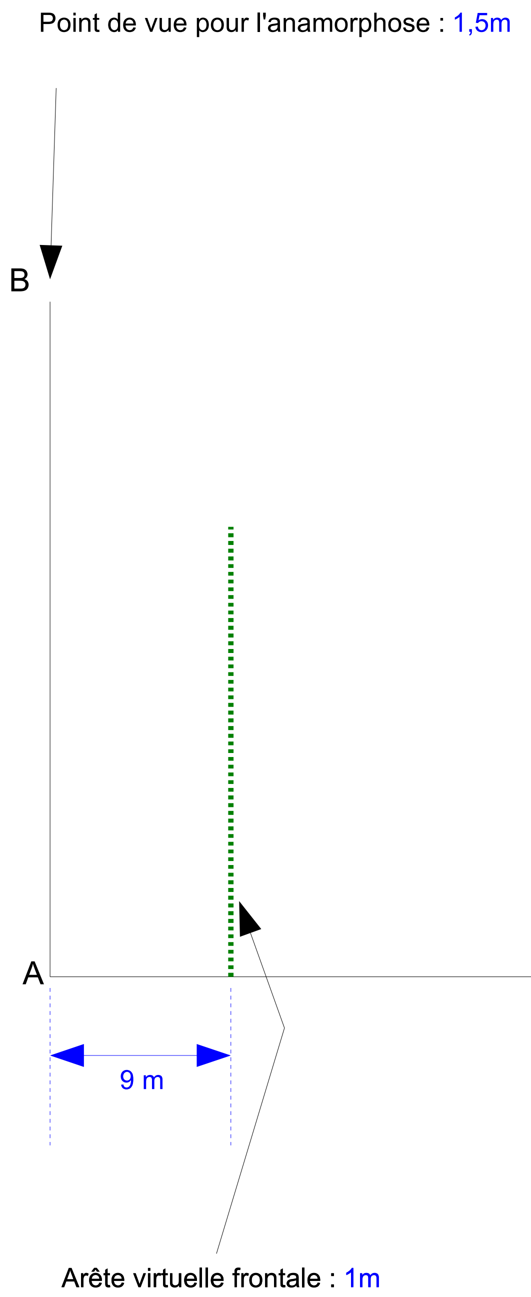
et je leur ai proposé d'étudier les calculs pour faire apparaître un cube de 1m d'arête :



Perspective isométrique d'un cube :
Les faces sont des losanges identiques composés chacun de deux triangles équilatéraux.

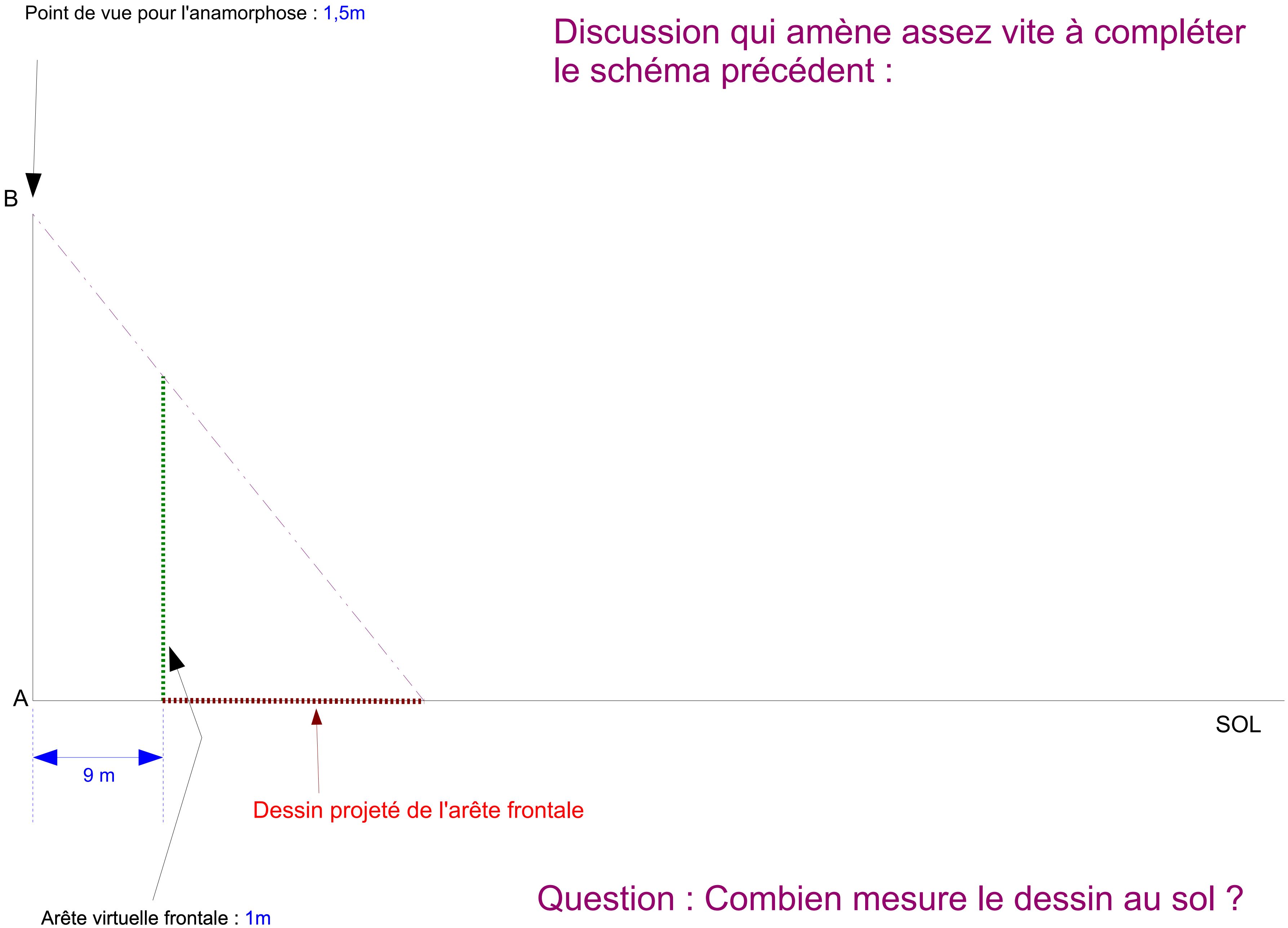
Je propose de ne s’intéresser pour l'instant qu'à l'arête centrale (en pointillés verts sur le dessin) et je dessine le schéma suivant :





Question : A quel endroit du sol dessiner ce qui donnera l'illusion de l'arête virtuelle verticale ?

Discussion qui amène assez vite à compléter le schéma précédent :



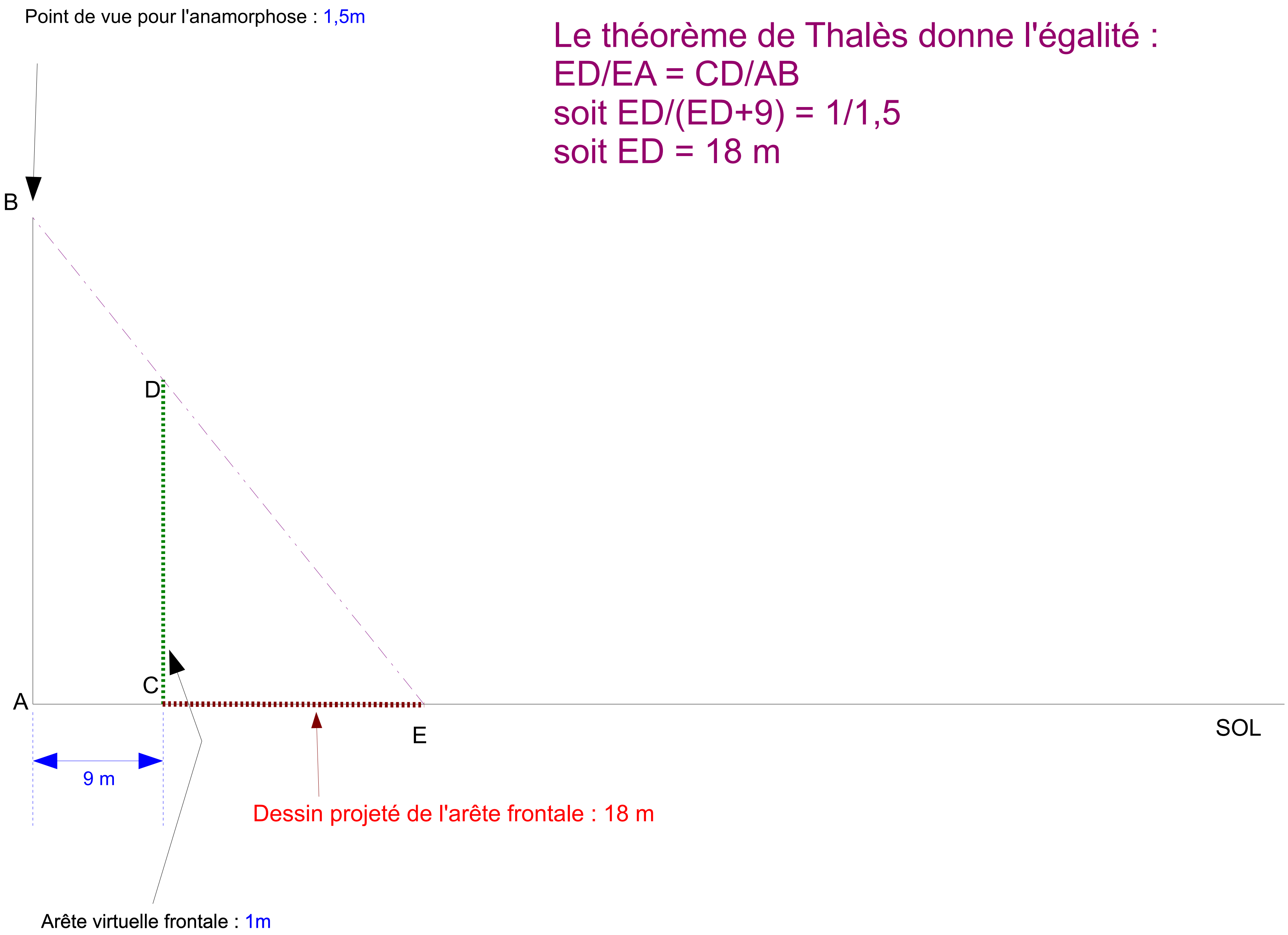
Question : Combien mesure le dessin au sol ?

Le théorème de Thalès donne l'égalité :

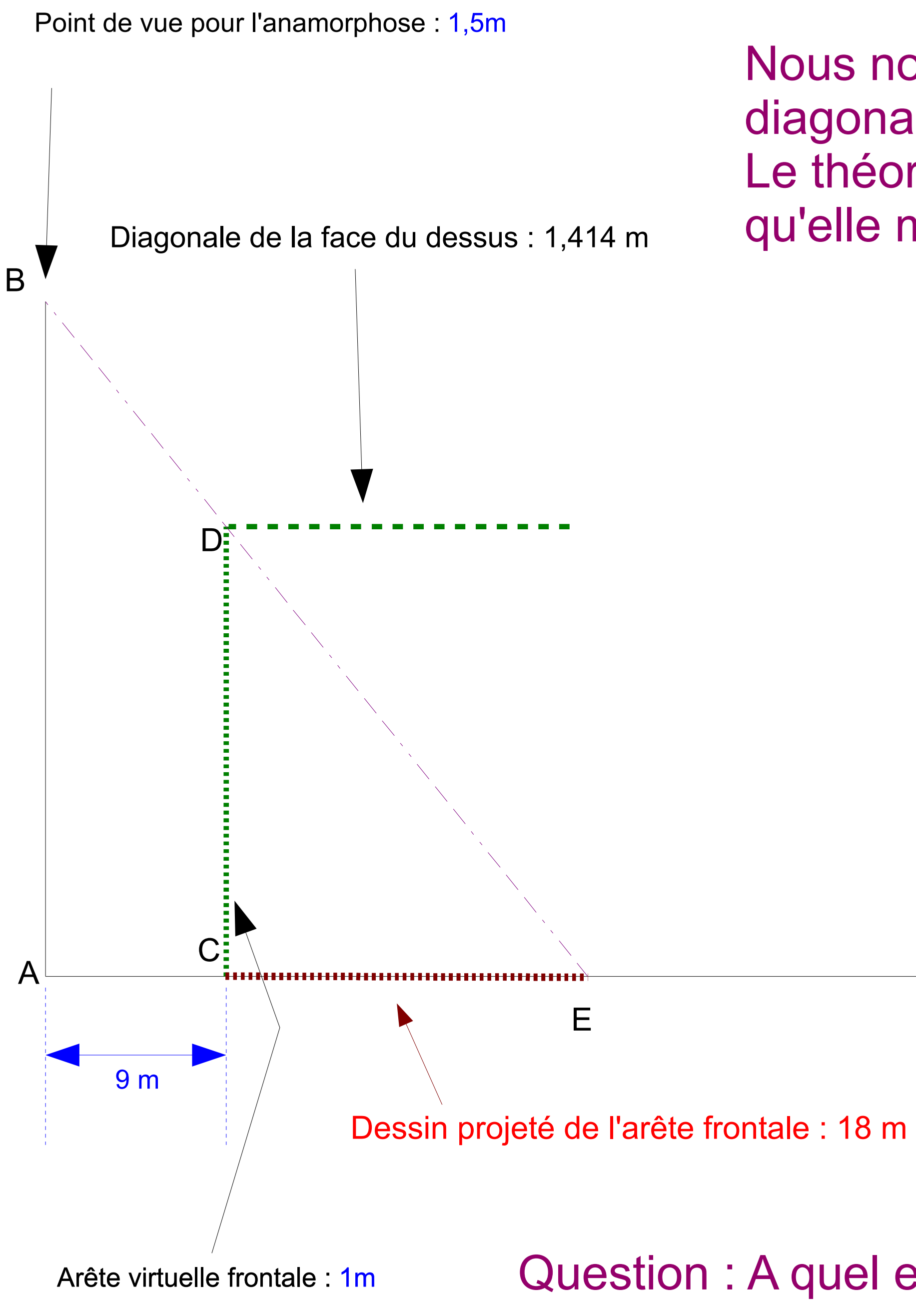
ED/EA = CD/AB

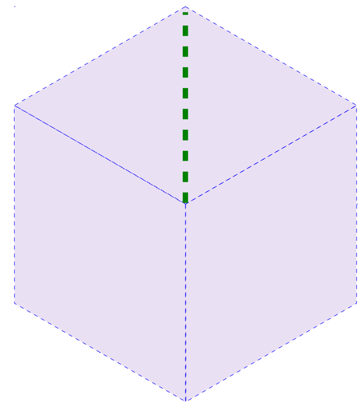
soit ED/(ED+9) = 1/1,5

soit ED = 18 m



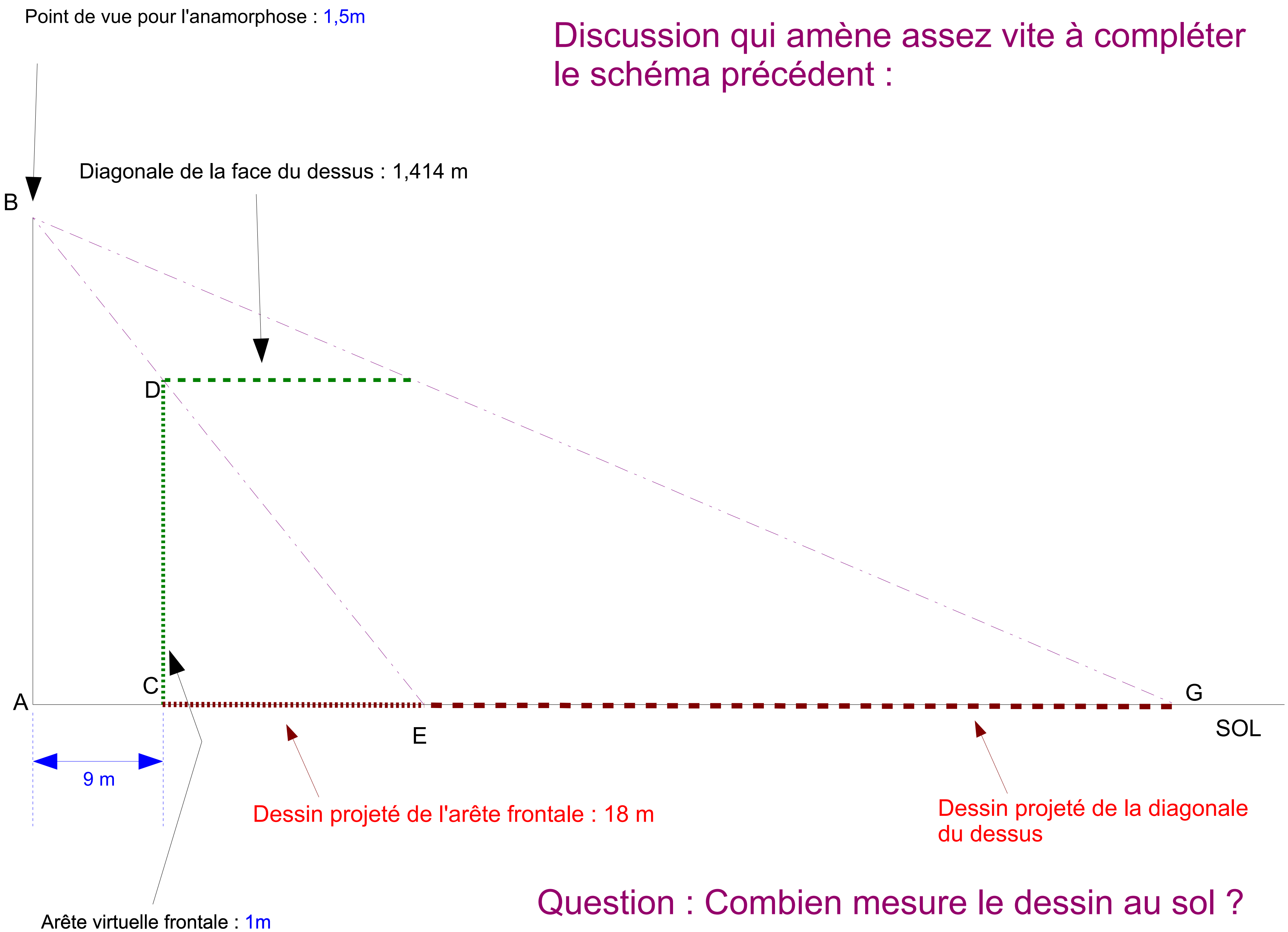
Nous nous sommes ensuite intéressés à la diagonale de la face du dessus :
Le théorème de Pythagore nous apprend qu'elle mesure environ 1,414 m



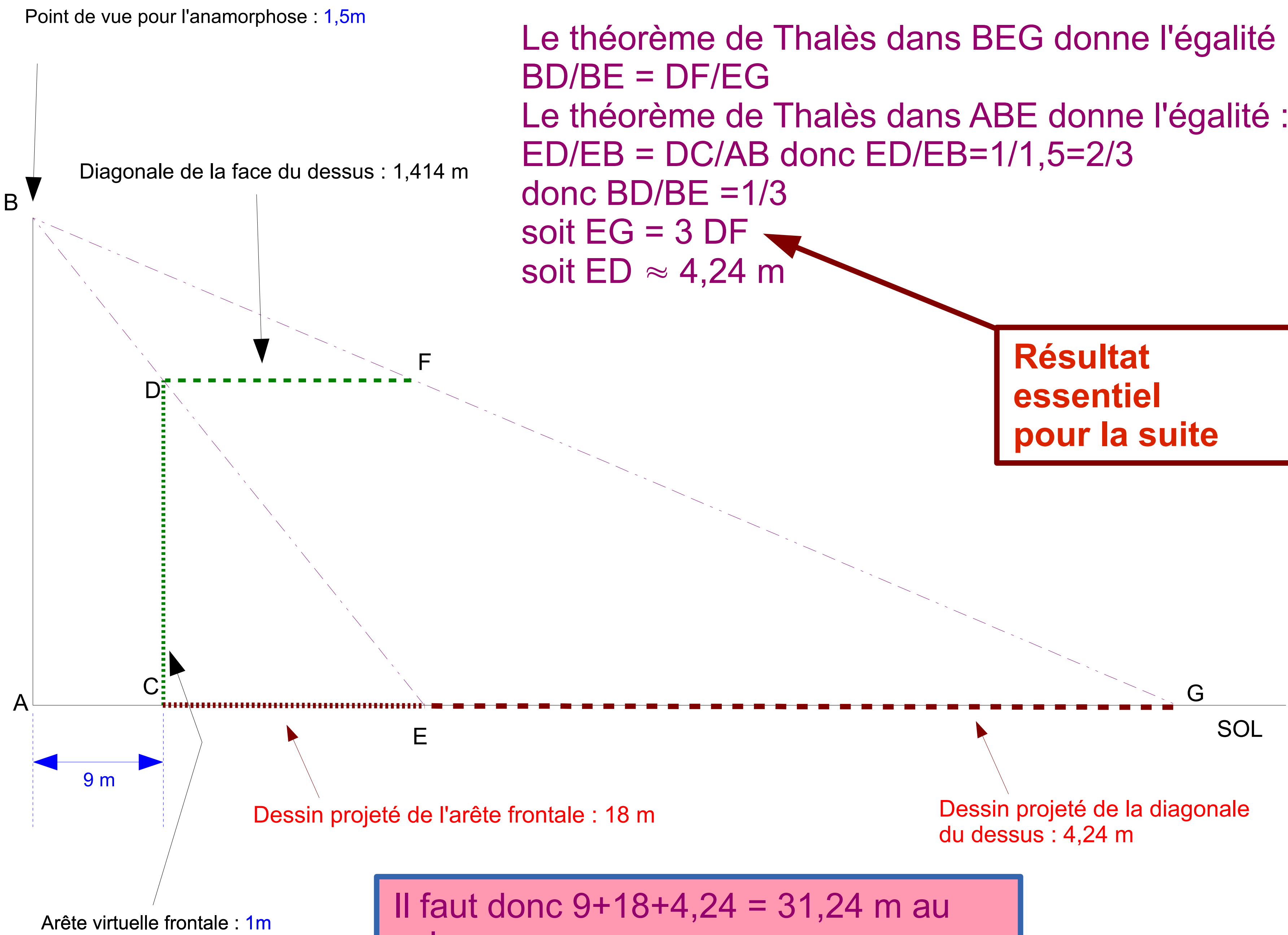


Question : A quel endroit du sol dessiner ce qui donnera l'illusion de cette diagonale horizontale ?

Discussion qui amène assez vite à compléter le schéma précédent :



Question : Combien mesure le dessin au sol ?

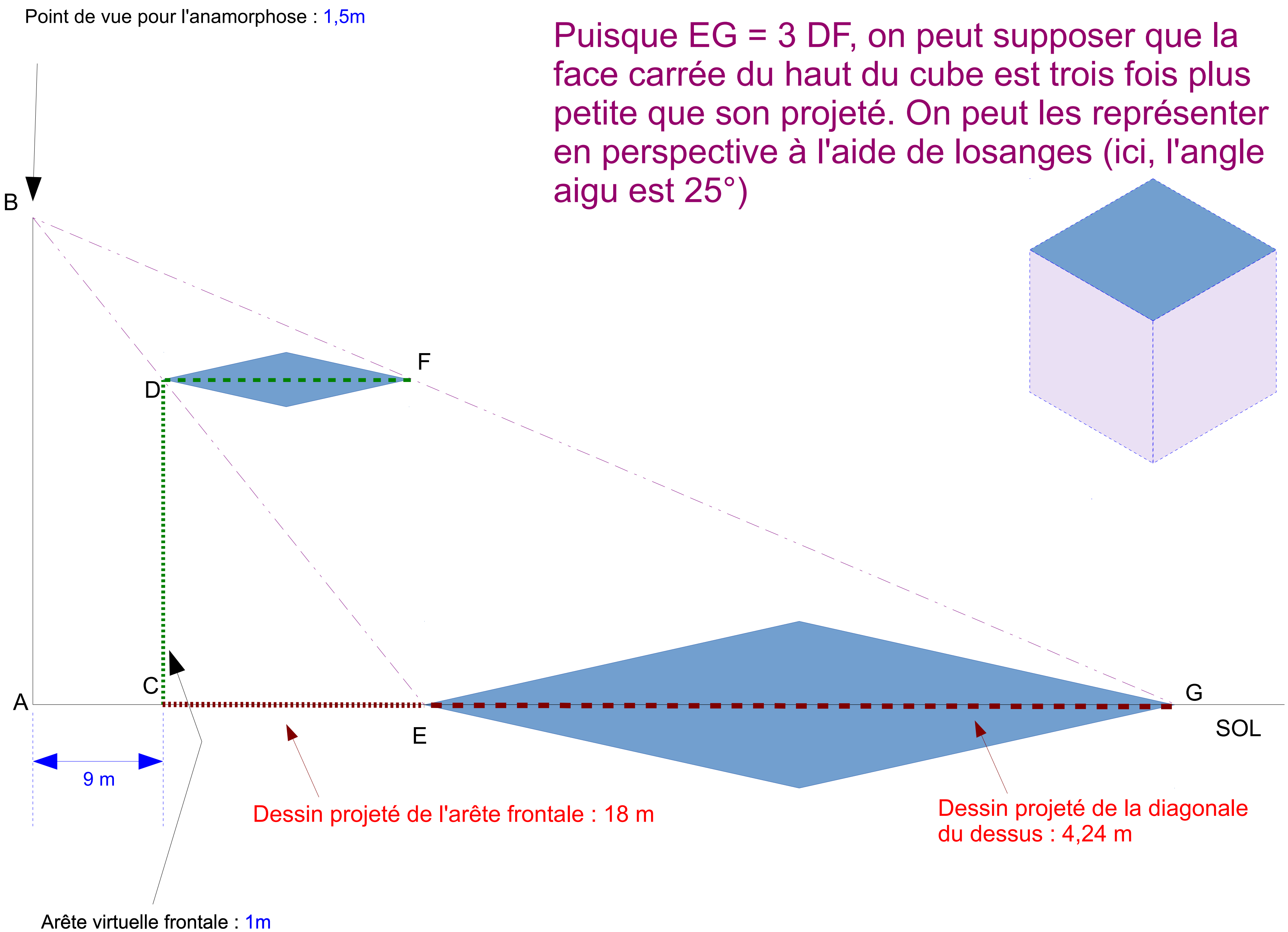


Le théorème de Thalès dans BEG donne l'égalité :
BD/BE = DF/EG
Le théorème de Thalès dans ABE donne l'égalité :
ED/EB = DC/AB donc ED/EB=1/1,5=2/3
donc BD/BE =1/3
soit EG = 3 DF
soit ED ≈ 4,24 m

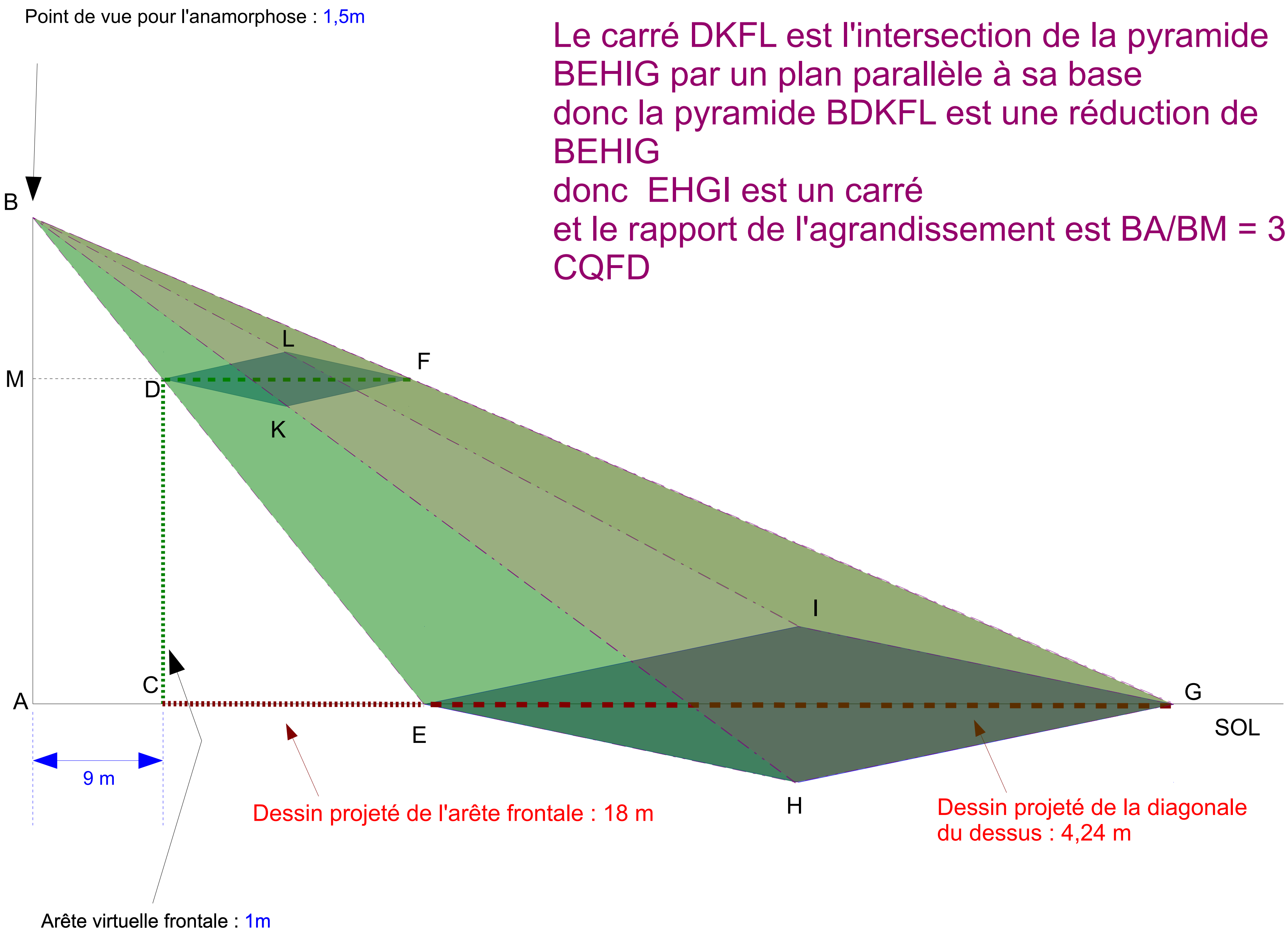
Résultat essentiel pour la suite

Il faut donc 9+18+4,24 = 31,24 m au sol

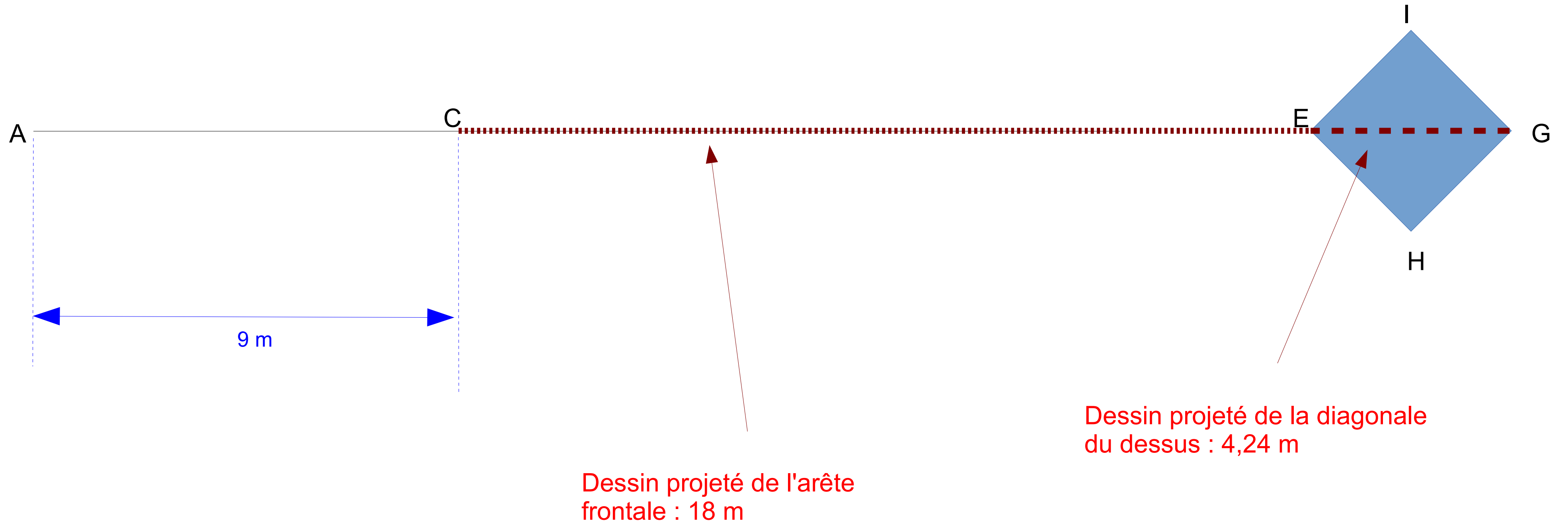
Puisque EG = 3 DF, on peut supposer que la face carrée du haut du cube est trois fois plus petite que son projeté. On peut les représenter en perspective à l'aide de losanges (ici, l'angle aigu est 25°)



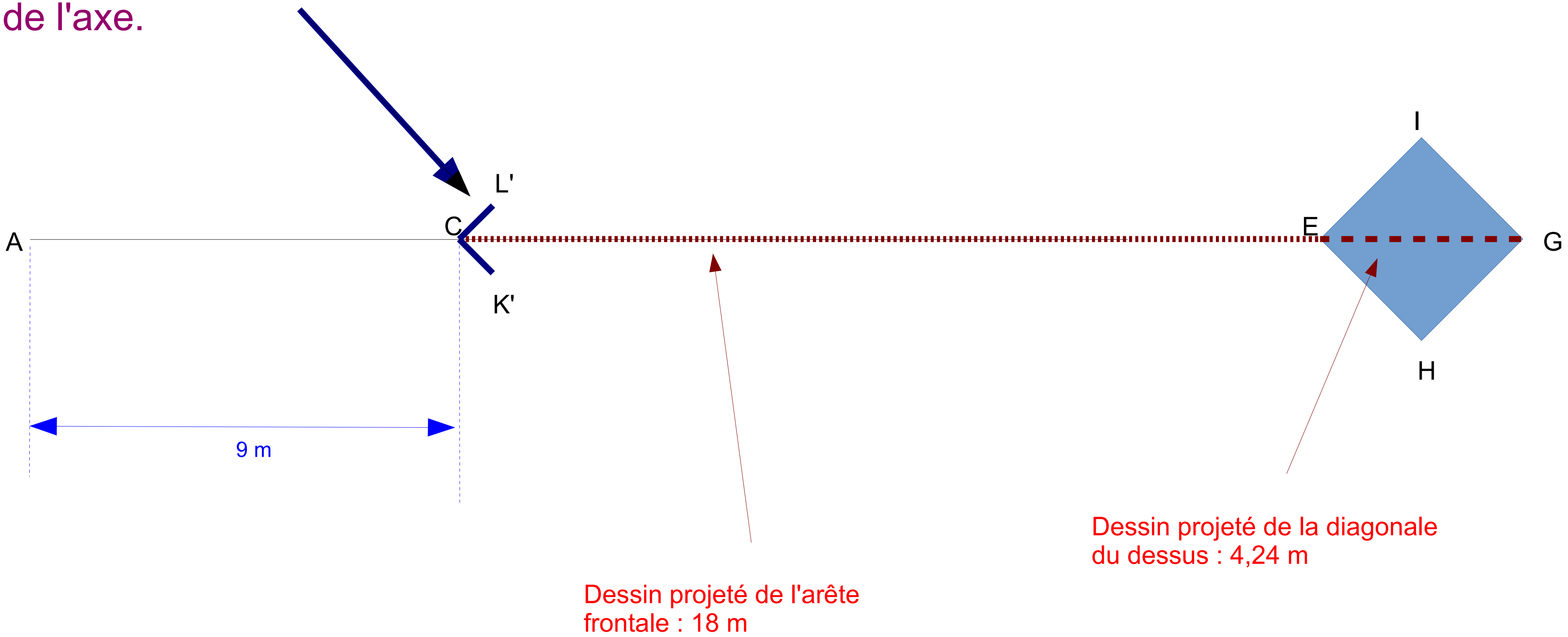
Le carré DKFL est l'intersection de la pyramide BEHIG par un plan parallèle à sa base
donc la pyramide BDKFL est une réduction de BEHIG
donc EHGI est un carré
et le rapport de l'agrandissement est BA/BM = 3
CQFD



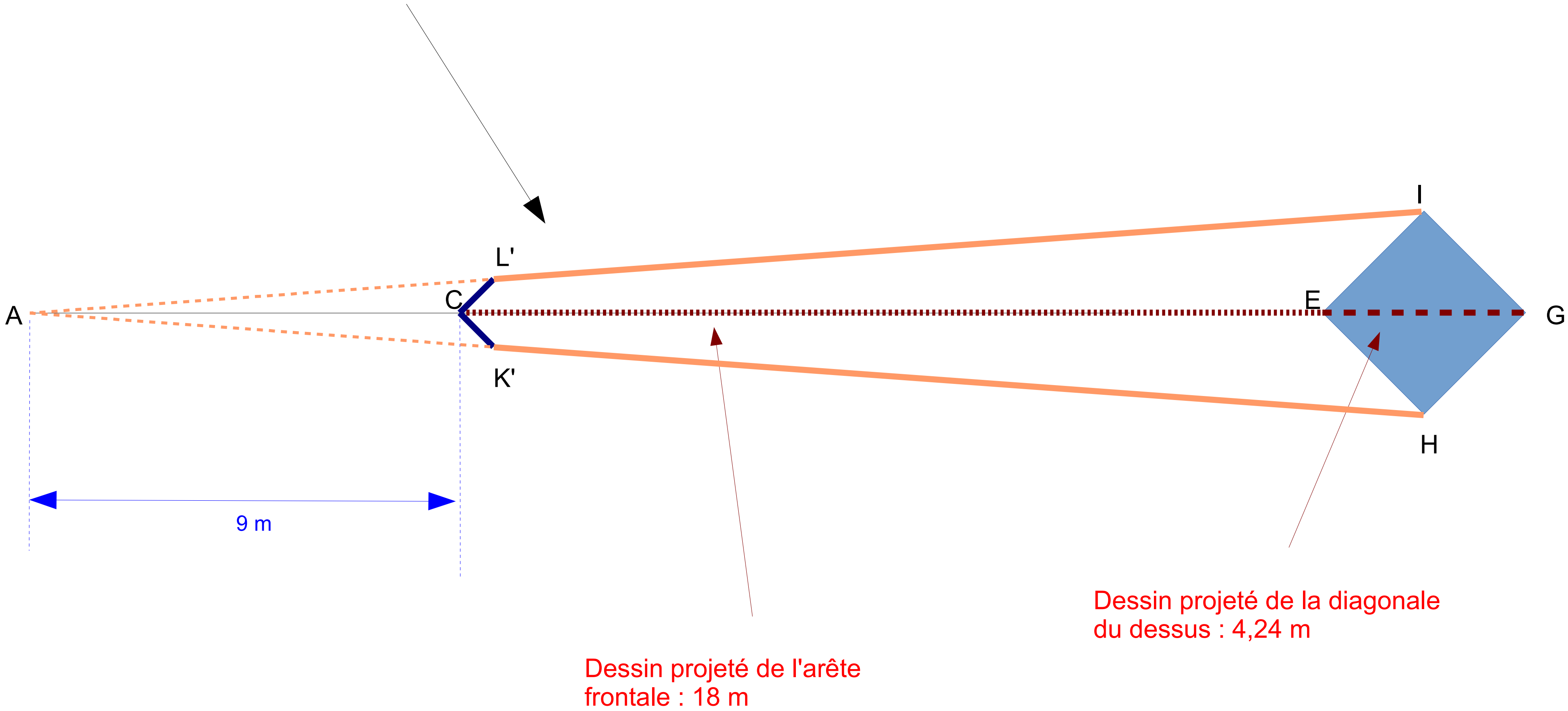
Au sol et vraie grandeur, on obtient ceci.

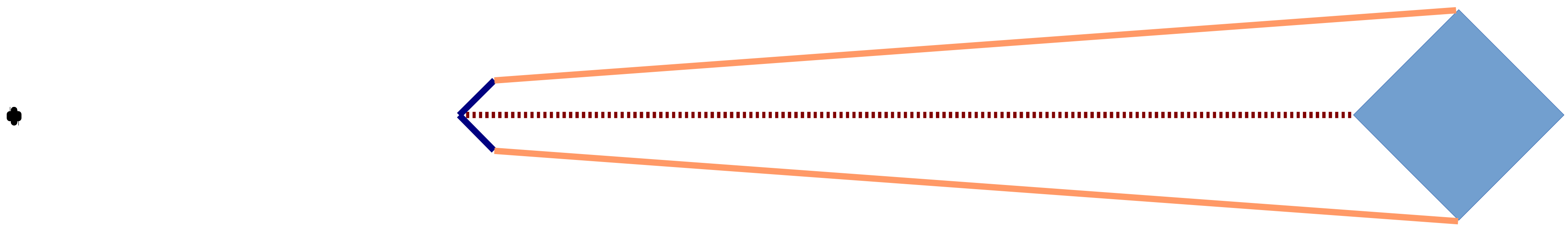


La face carrée au sol du cube n'est pas déformée donc on peut dessiner les deux arêtes visibles de 1m chacune à 45° de part et d'autre de l'axe.

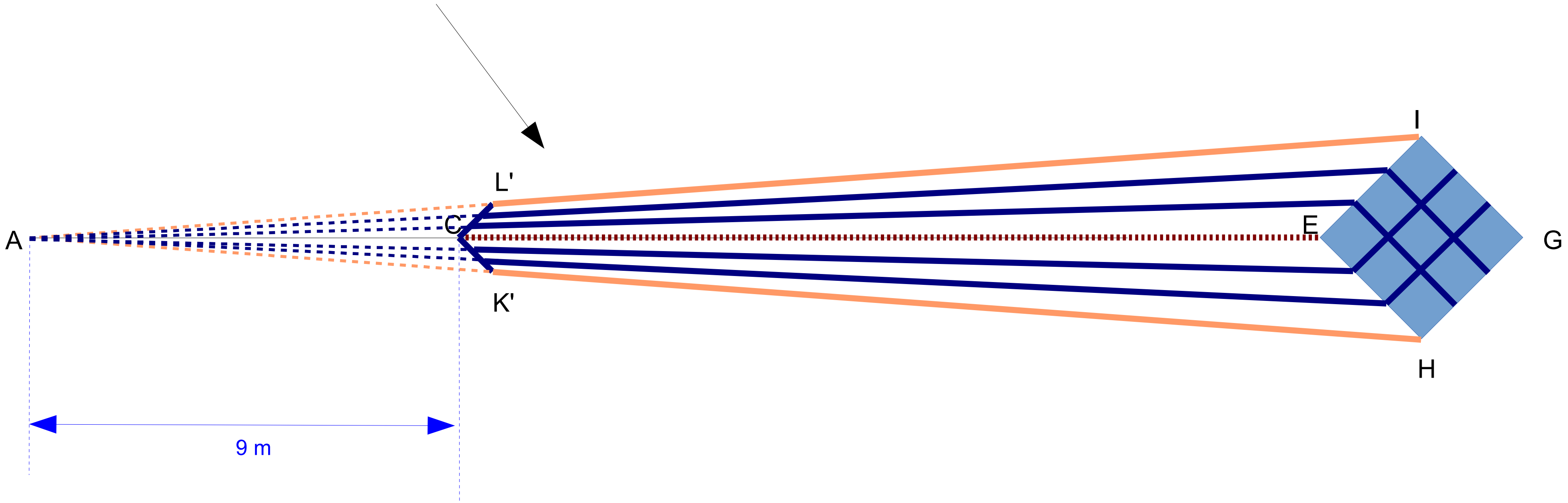


On peut compléter les arêtes visibles L'I et K'H

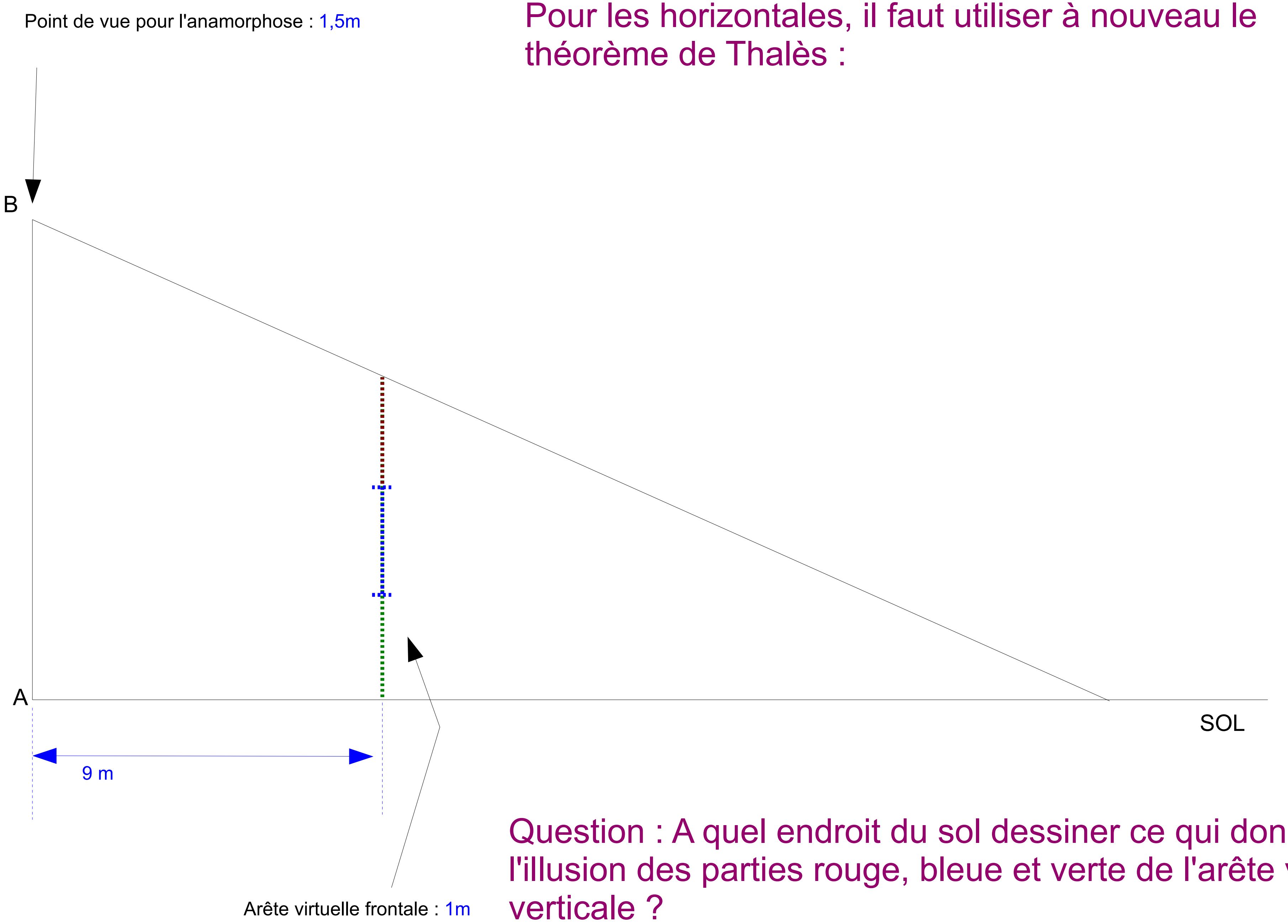




On peut quadriller les faces du cube.
D'abord avec la face EIGH puis les
« verticales » des deux autres faces.

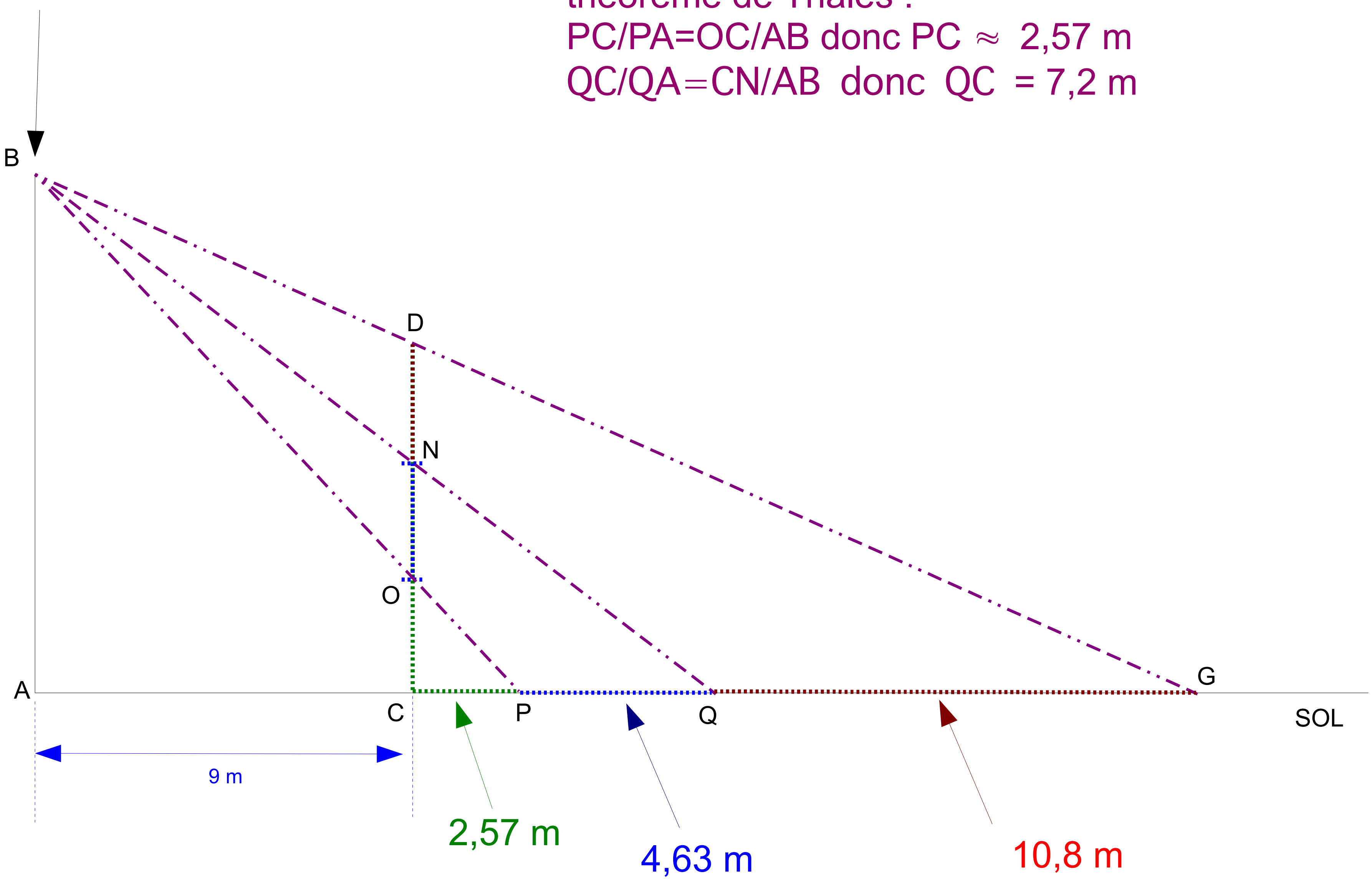


Pour les horizontales, il faut utiliser à nouveau le théorème de Thalès :

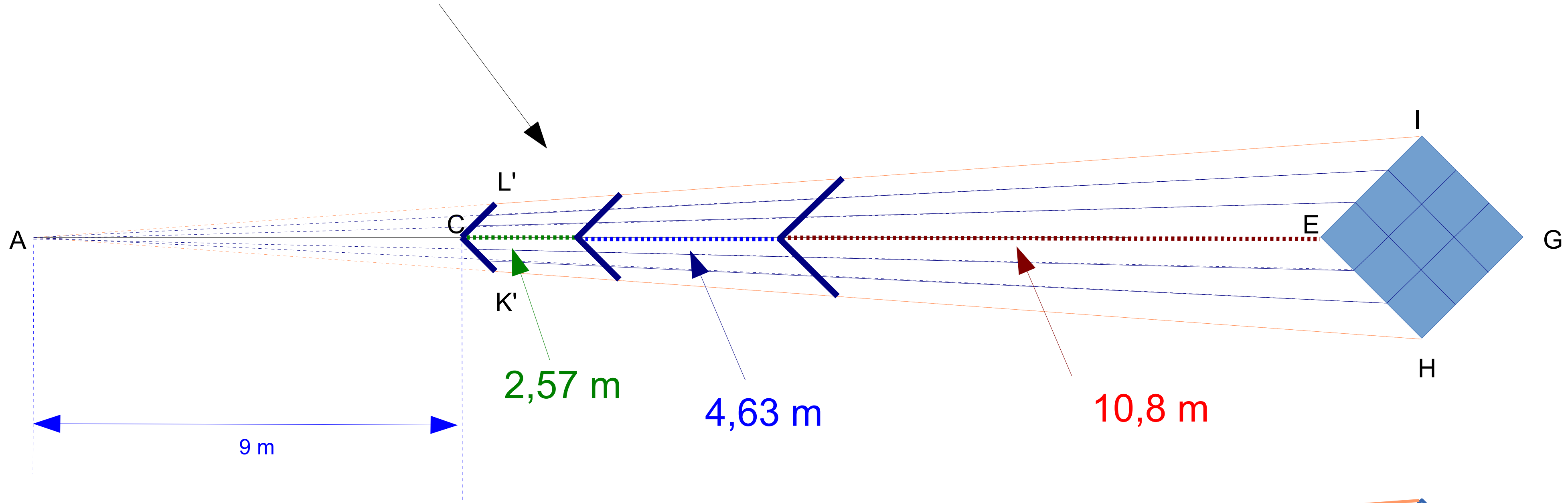


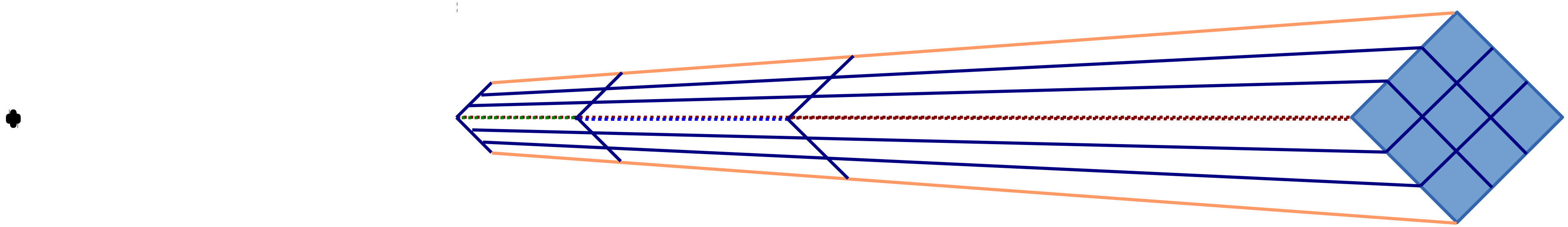
Question : A quel endroit du sol dessiner ce qui donnera l'illusion des parties rouge, bleue et verte de l'arête virtuelle verticale ?

Pour les horizontales, il faut utiliser à nouveau le théorème de Thalès :
PC/PA=OC/AB donc PC ≈ 2,57 m
QC/QA=CN/AB donc QC = 7,2 m



On peut quadriller les faces du cube.
D'abord avec la face EIGH puis les
« verticales » des deux autres faces.





Conseils :
J'ai pris la photo un jour sans soleil (La veille, avec les ombres et les détails du bitume, l'illusion était un peu moins crédible)
Nous avons écrasé de la cendre au pied du cube pour donner l'illusion d'un cube en lévitation avec son ombre au sol.