

Étude pour une anamorphose :



J'ai montré à mes élèves quelques anamorphoses trouvées sur le Web :

<http://www.youtube.com/watch?v=LI62wds0zgl>

<http://www.youtube.com/watch?v=NYXf-hwZEx0>

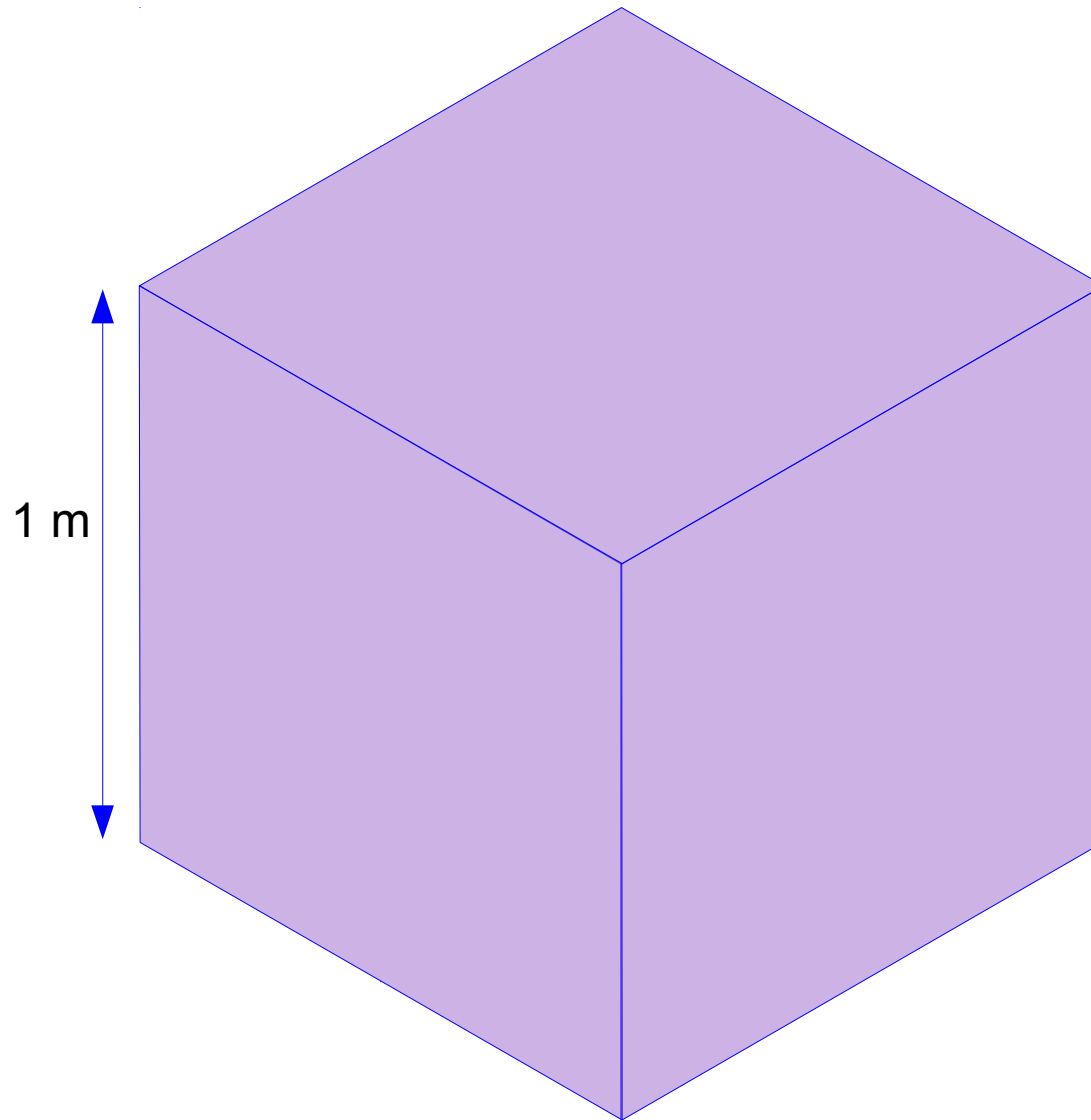
<http://www.youtube.com/watch?v=4icC0VOGE2U>

http://www.youtube.com/watch?v=BHPKf_Hj1GA

La peinture Les Ambassadeurs de Hans Holbein le Jeune contient près de la base de la toile l'anamorphose d'un crâne, qui est en fait une vanité. On ne peut voir le crâne qu'en regardant le tableau avec une vue rasante.

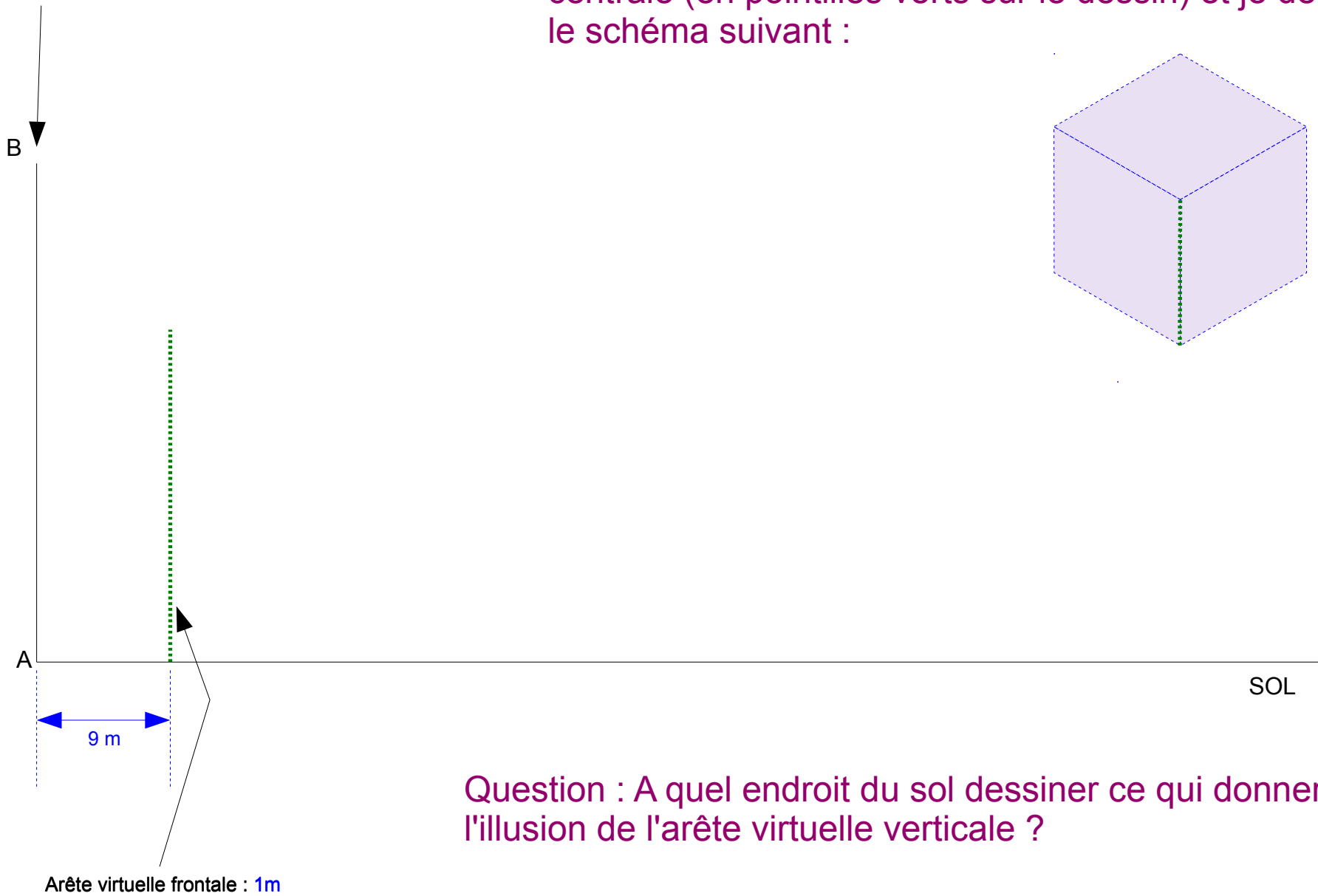


et je leur ai proposé d'étudier les calculs pour faire apparaître un cube de 1m d'arête :

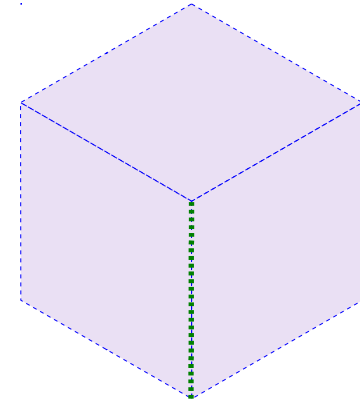


Perspective isométrique
d'un cube :
Les faces sont des
losanges identiques
composés chacun de deux
triangles équilatéraux.

Point de vue pour l'anamorphose : 1,5m



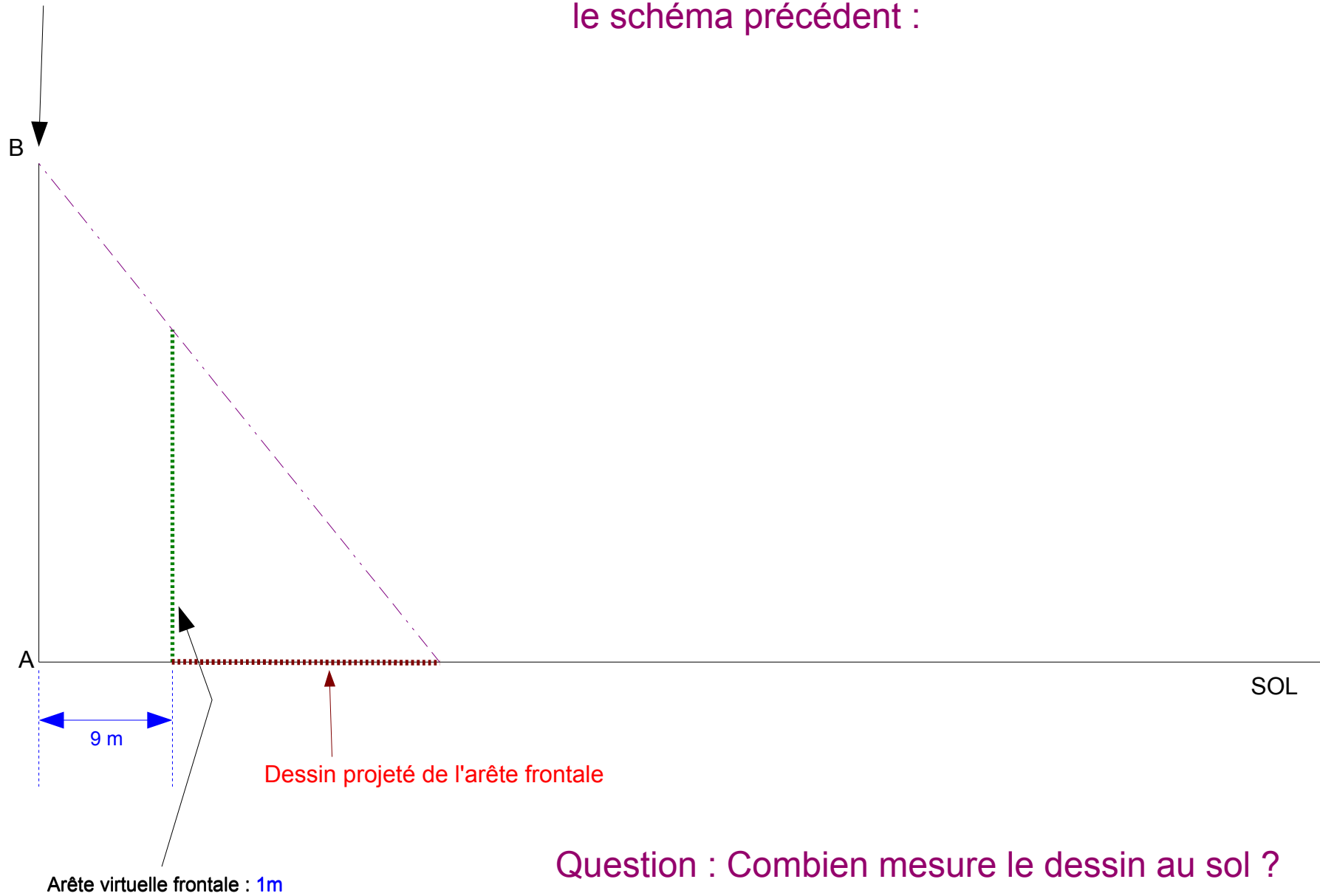
Je propose de ne s'intéresser pour l'instant qu'à l'arête centrale (en pointillés verts sur le dessin) et je dessine le schéma suivant :



Question : A quel endroit du sol dessiner ce qui donnera l'illusion de l'arête virtuelle verticale ?

Point de vue pour l'anamorphose : 1,5m

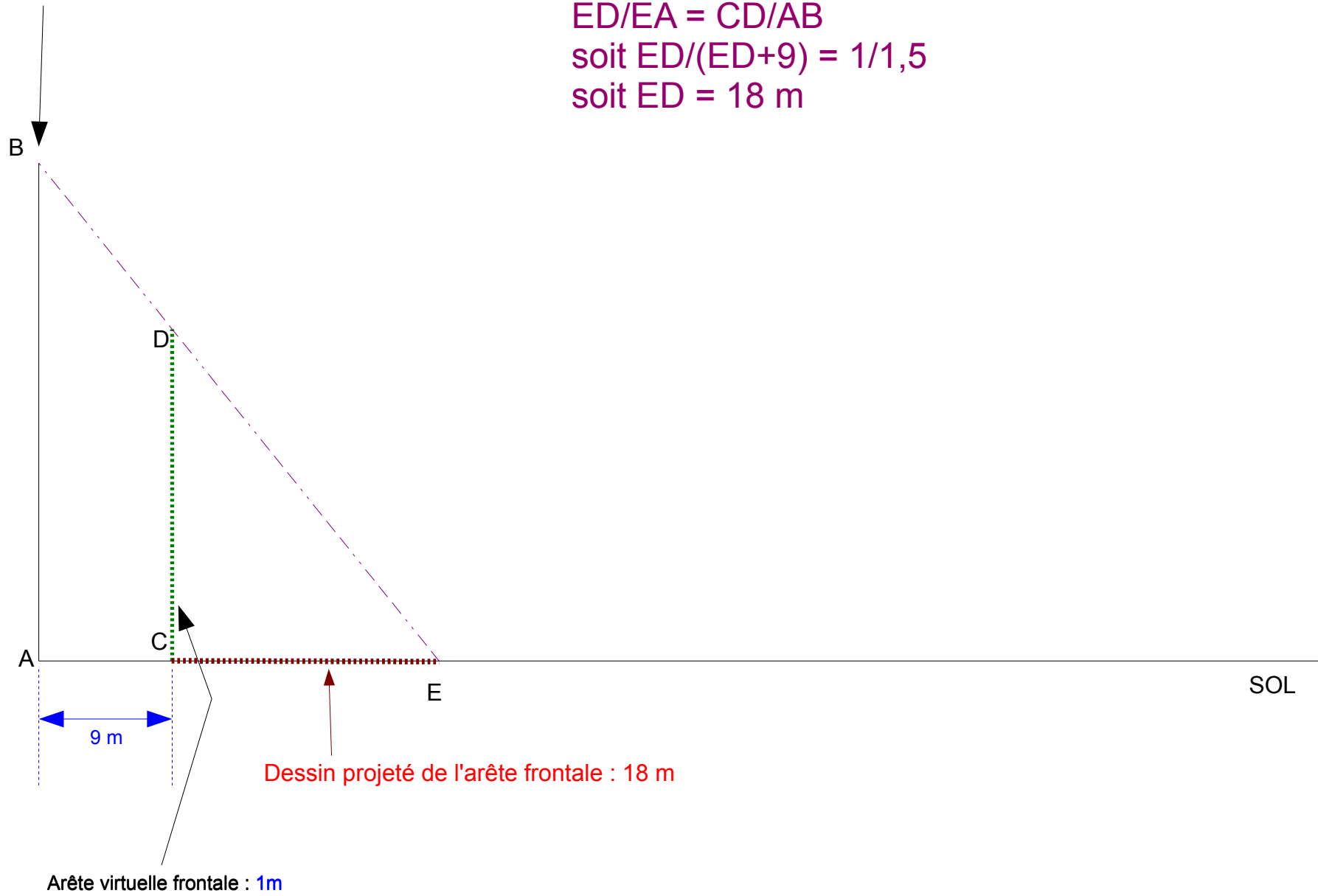
Discussion qui amène assez vite à compléter le schéma précédent :



Question : Combien mesure le dessin au sol ?

Point de vue pour l'anamorphose : 1,5m

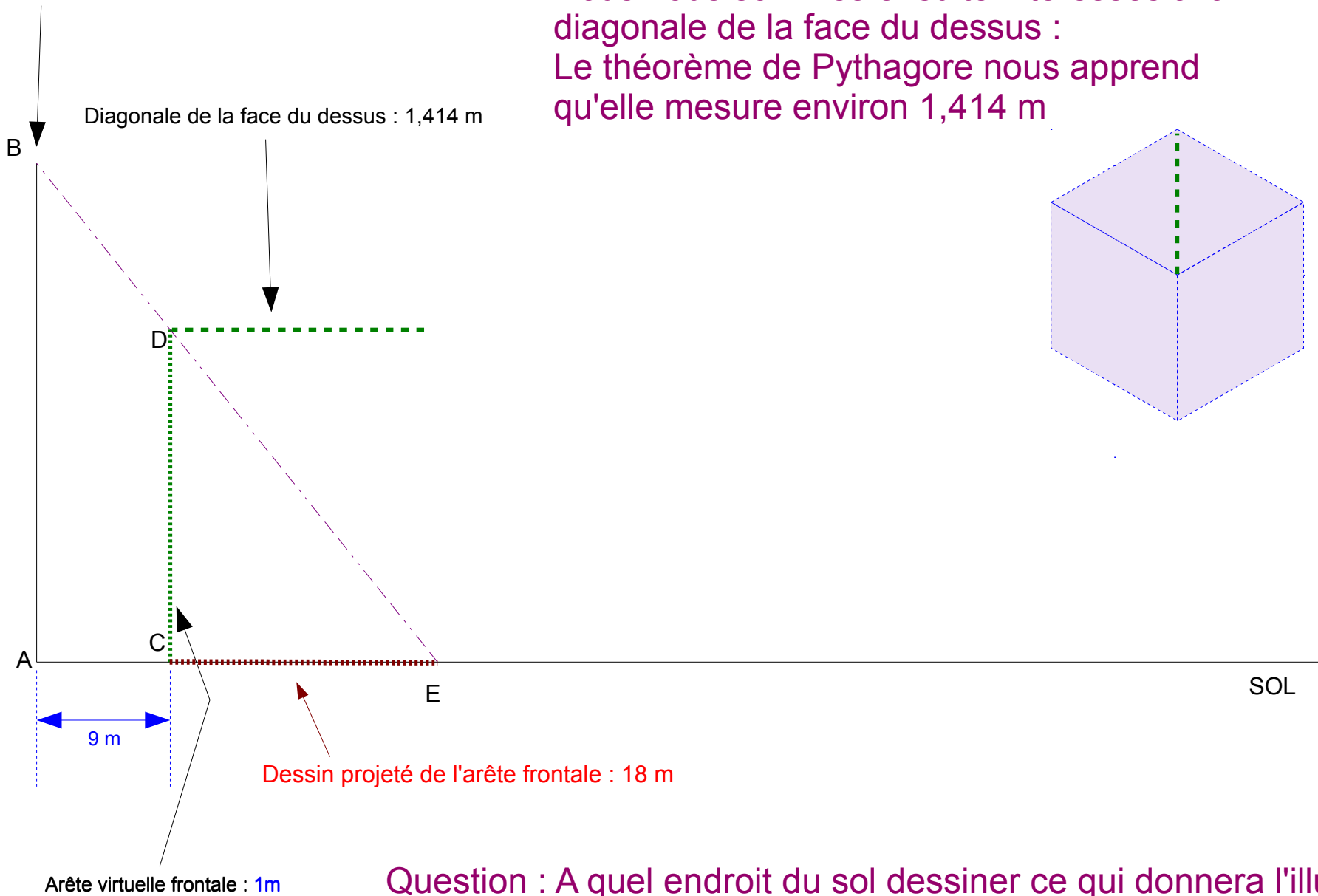
Le théorème de Thalès donne l'égalité :
 $ED/EA = CD/AB$
soit $ED/(ED+9) = 1/1,5$
soit $ED = 18 \text{ m}$



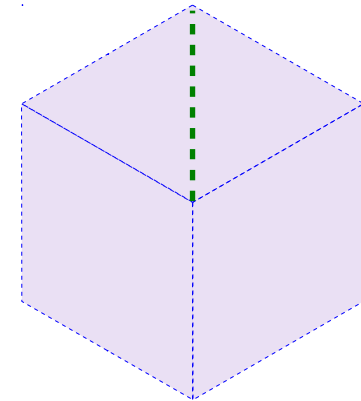
Dessin projeté de l'arête frontale : 18 m

Arête virtuelle frontale : 1m

Point de vue pour l'anamorphose : 1,5m



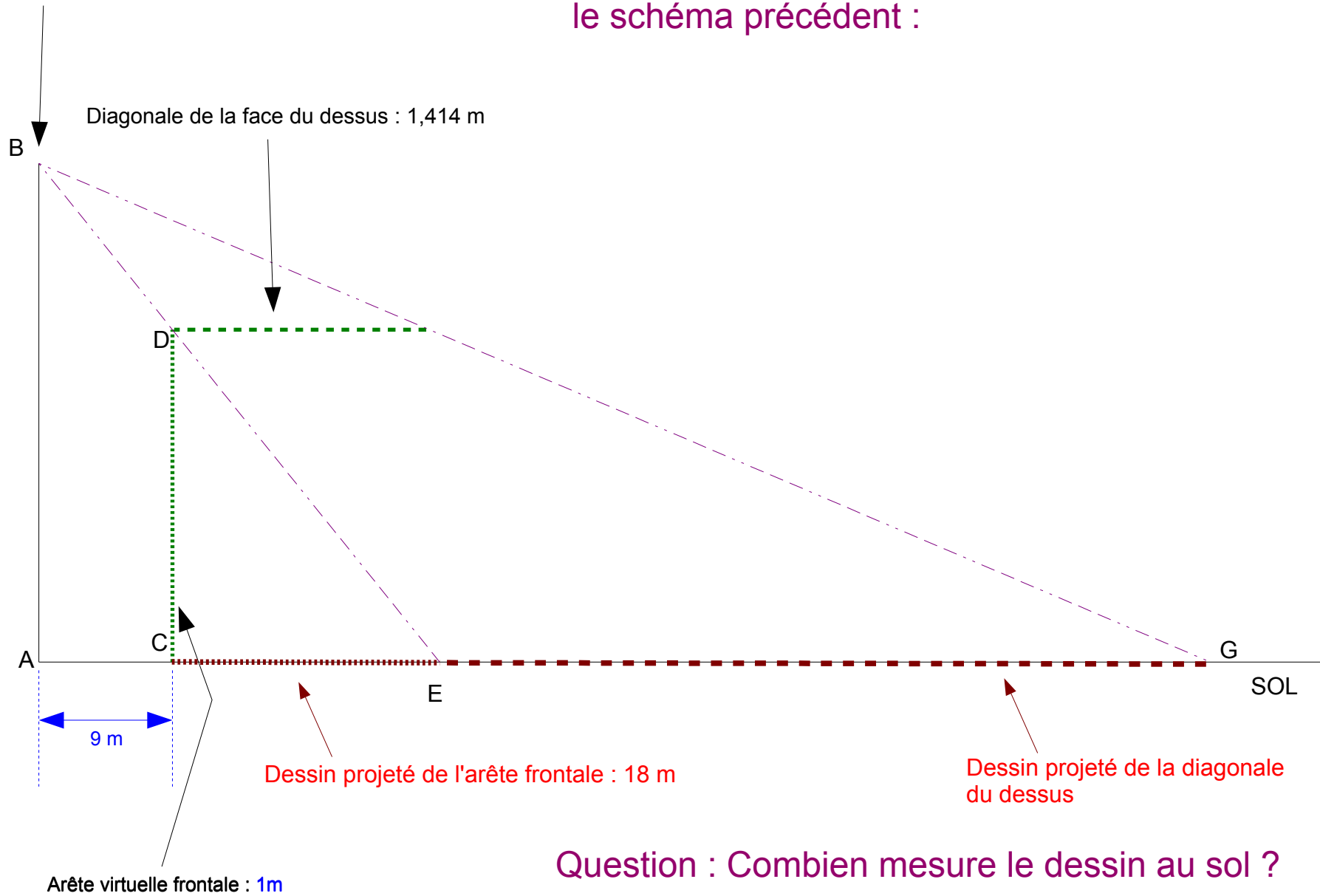
Nous nous sommes ensuite intéressés à la diagonale de la face du dessus :
Le théorème de Pythagore nous apprend qu'elle mesure environ 1,414 m



Question : A quel endroit du sol dessiner ce qui donnera l'illusion de cette diagonale horizontale ?

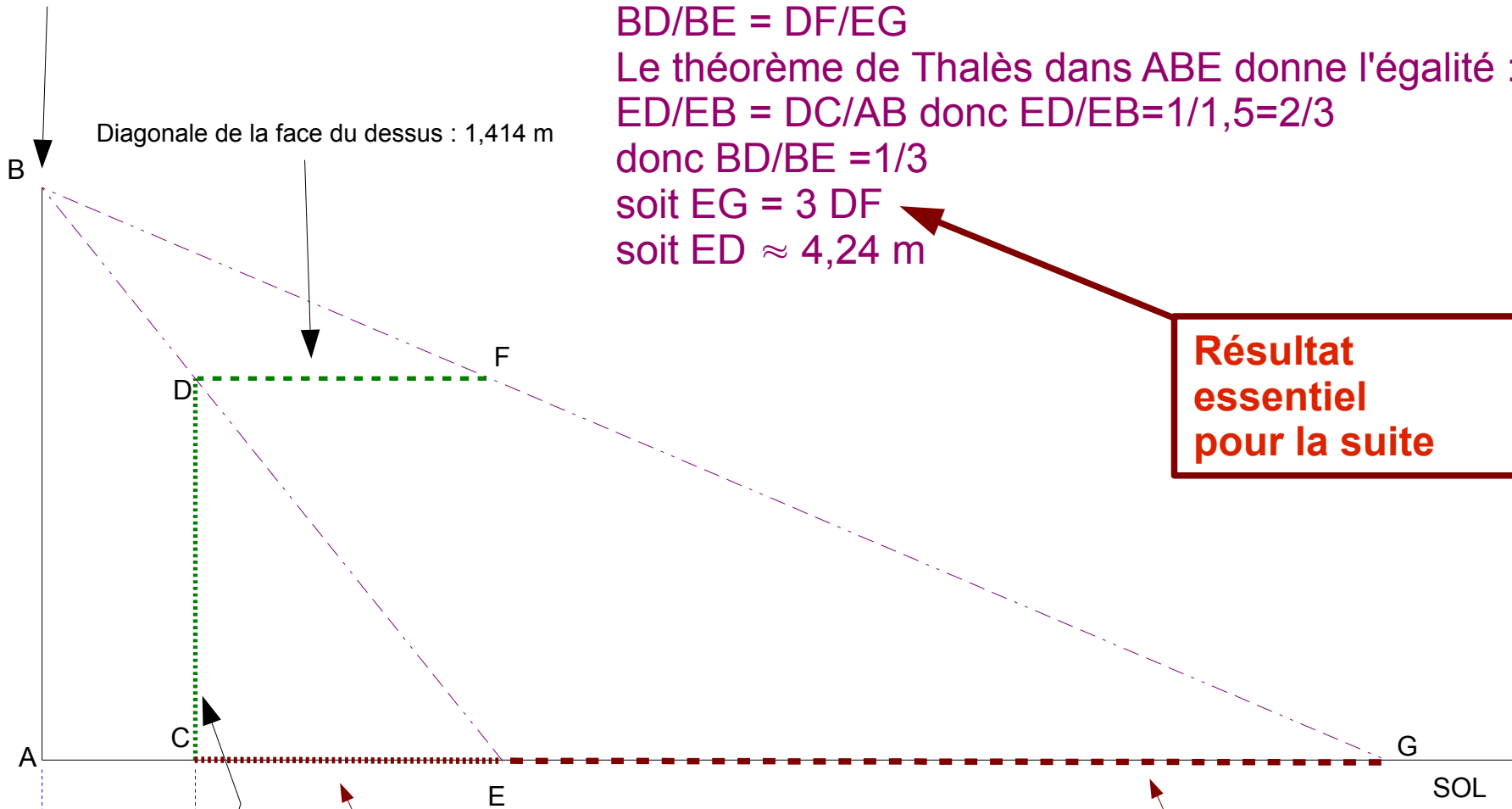
Point de vue pour l'anamorphose : 1,5m

Discussion qui amène assez vite à compléter le schéma précédent :



Question : Combien mesure le dessin au sol ?

Point de vue pour l'anamorphose : 1,5m



Diagonale de la face du dessus : 1,414 m

Le théorème de Thalès dans BEG donne l'égalité :
 $BD/BE = DF/EG$
Le théorème de Thalès dans ABE donne l'égalité :
 $ED/EB = DC/AB$ donc $ED/EB = 1/1,5 = 2/3$
donc $BD/BE = 1/3$
soit $EG = 3 DF$
soit $ED \approx 4,24$ m

**Résultat
essentiel
pour la suite**

9 m

Dessin projeté de l'arête frontale : 18 m

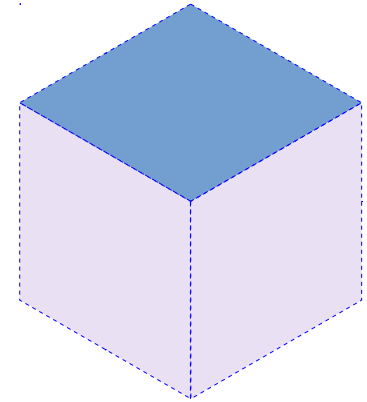
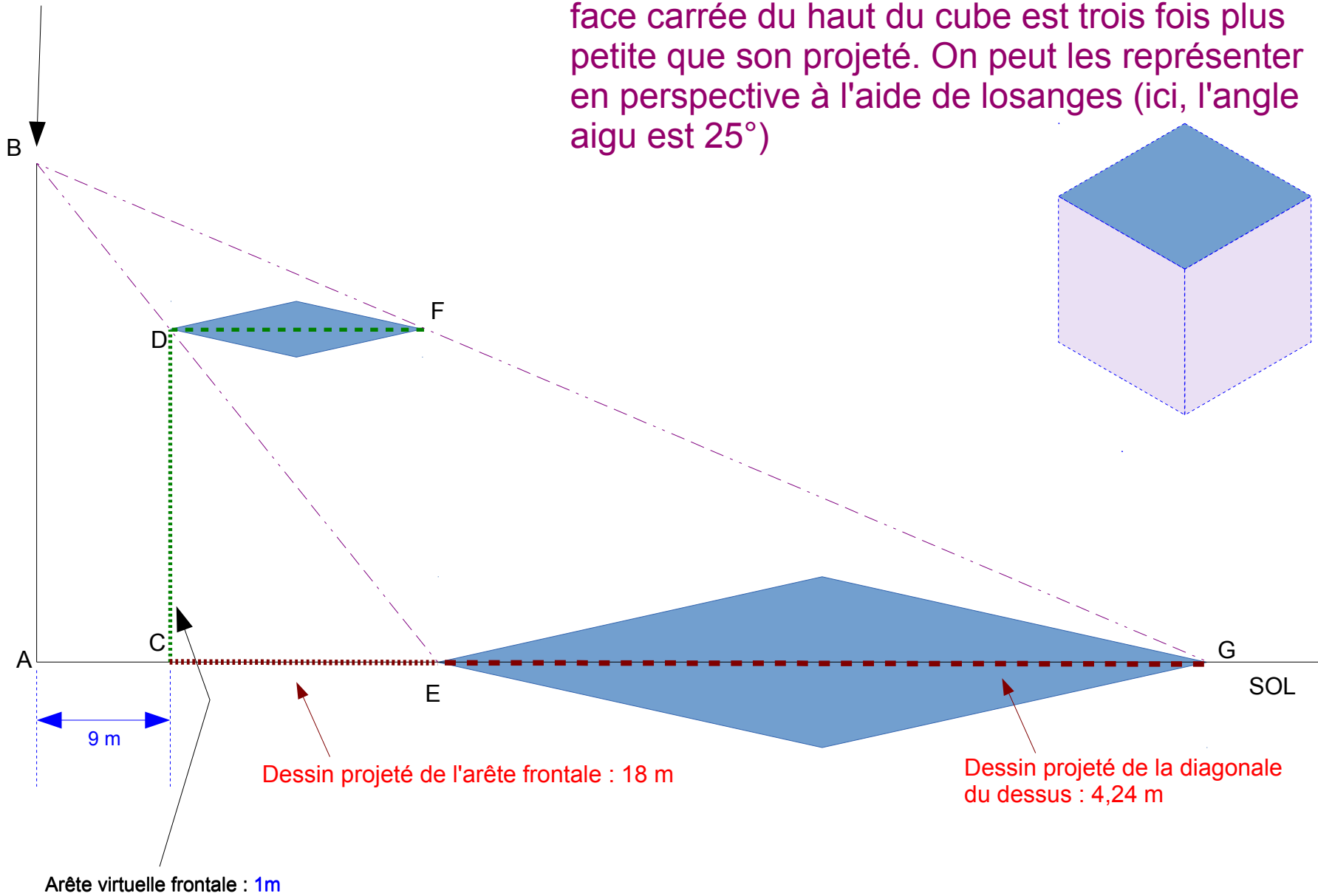
Dessin projeté de la diagonale
du dessus : 4,24 m

Arête virtuelle frontale : 1m

Il faut donc $9+18+4,24 = 31,24$ m au sol

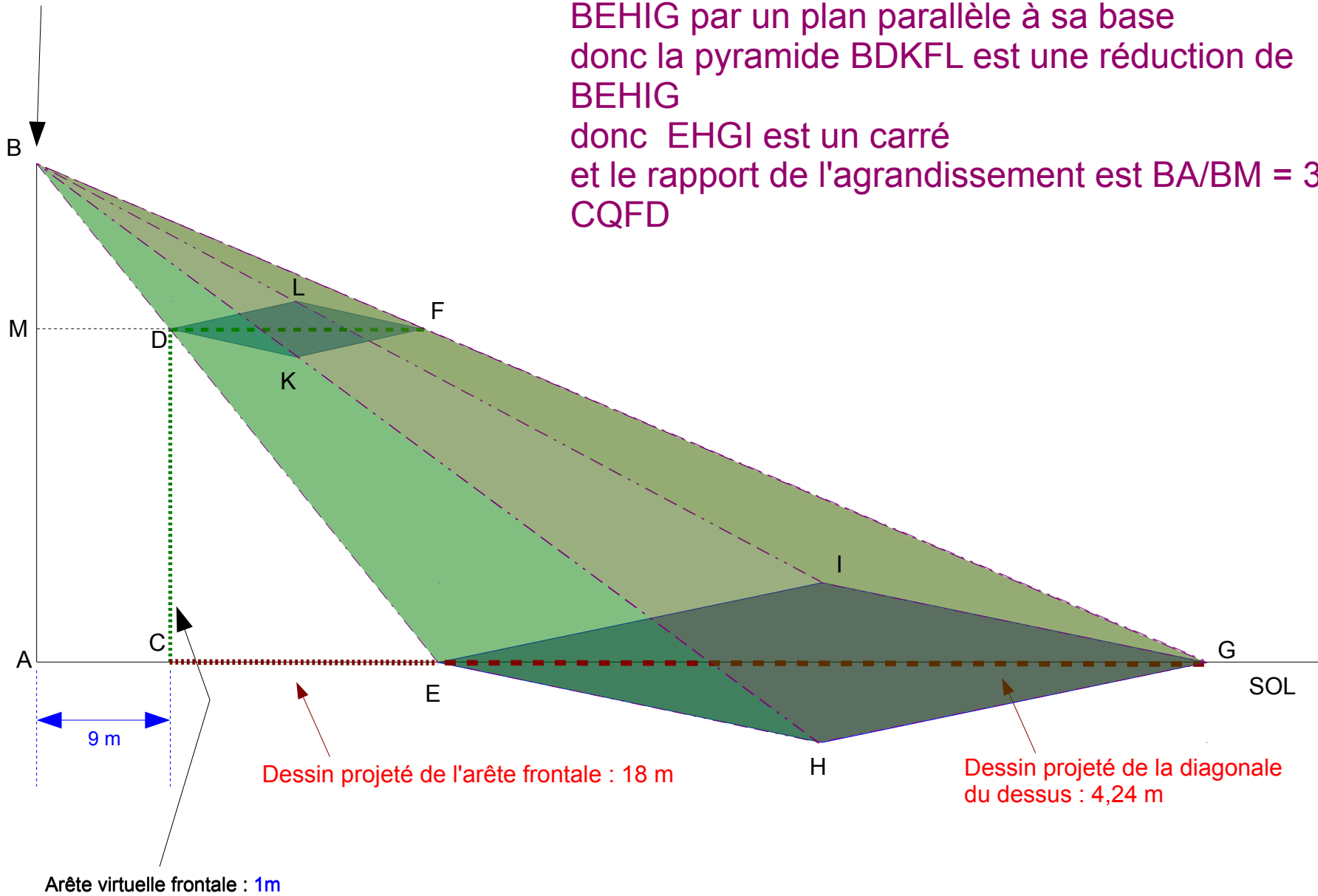
Point de vue pour l'anamorphose : 1,5m

Puisque $EG = 3 DF$, on peut supposer que la face carrée du haut du cube est trois fois plus petite que son projeté. On peut les représenter en perspective à l'aide de losanges (ici, l'angle aigu est 25°)

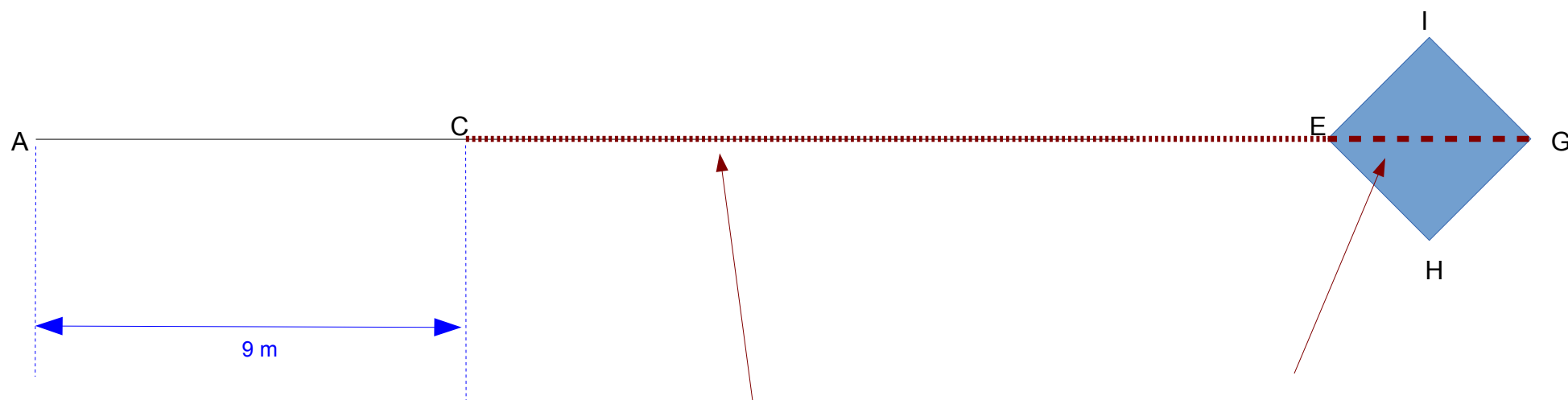


Point de vue pour l'anamorphose : 1,5m

Le carré DKFL est l'intersection de la pyramide BEHIG par un plan parallèle à sa base donc la pyramide BDKFL est une réduction de BEHIG
donc EHGI est un carré
et le rapport de l'agrandissement est $BA/BM = 3$
CQFD



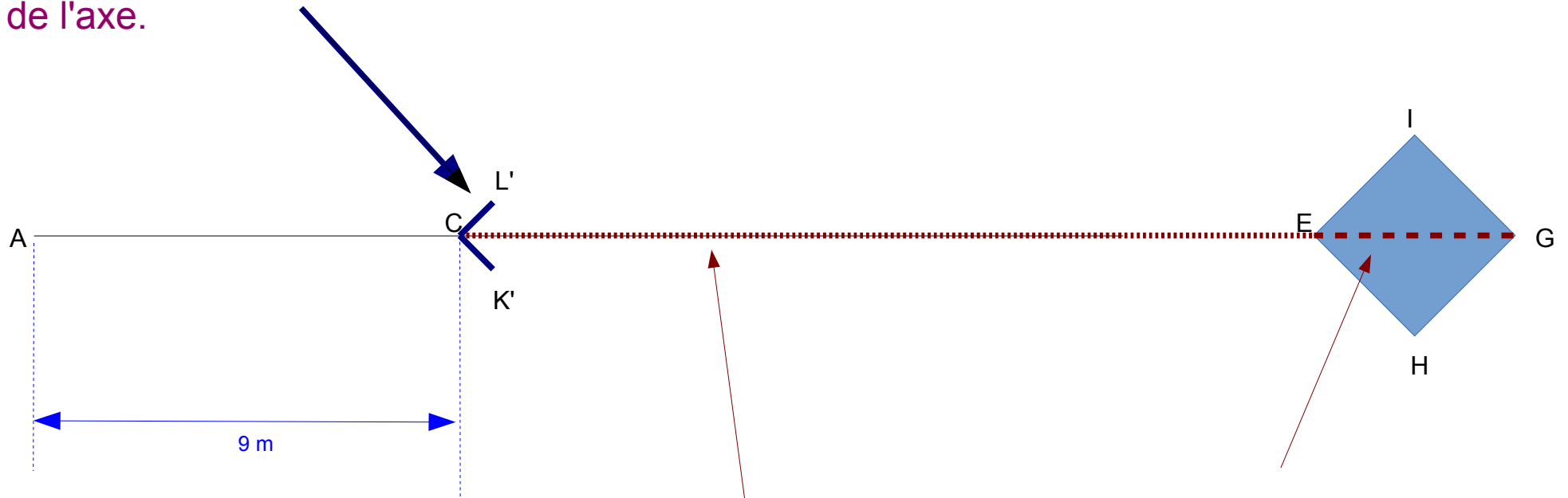
Au sol et vraie grandeur, on obtient ceci.



Dessin projeté de l'arête
frontale : 18 m

Dessin projeté de la diagonale
du dessus : 4,24 m

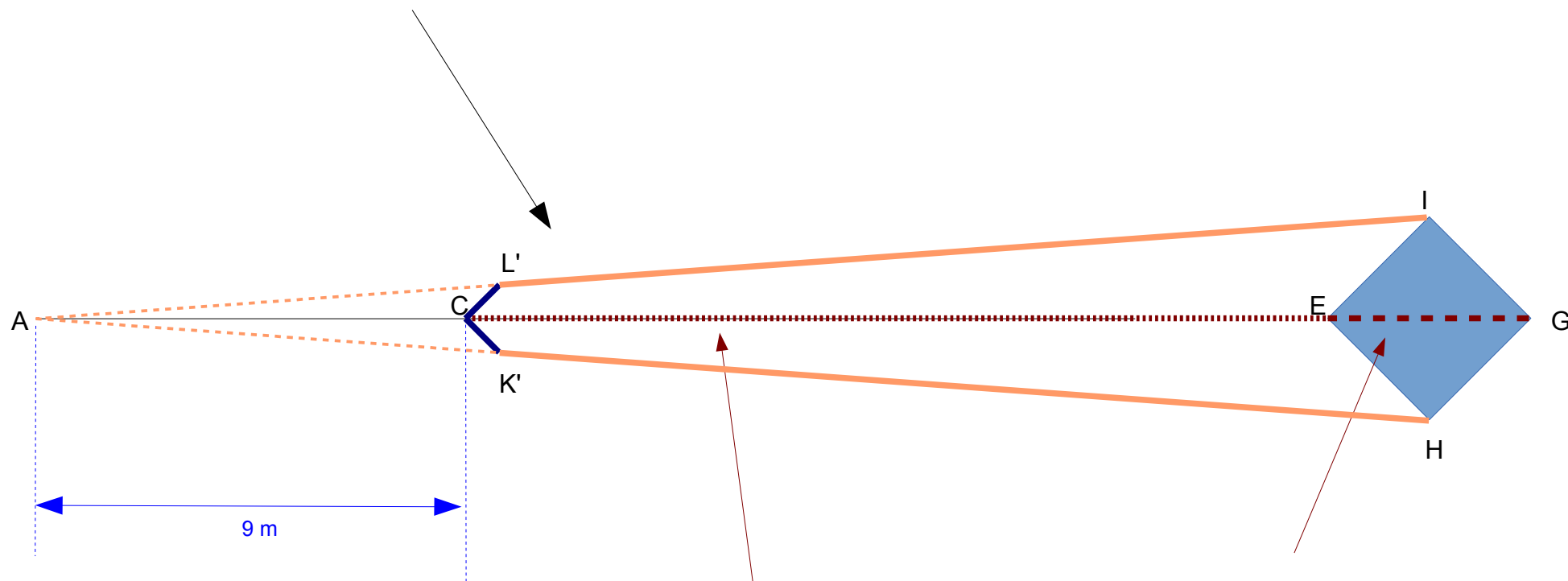
La face carrée au sol du cube n'est pas déformée donc on peut dessiner les deux arêtes visibles de 1m chacune à 45° de part et d'autre de l'axe.



Dessin projeté de l'arête frontale : 18 m

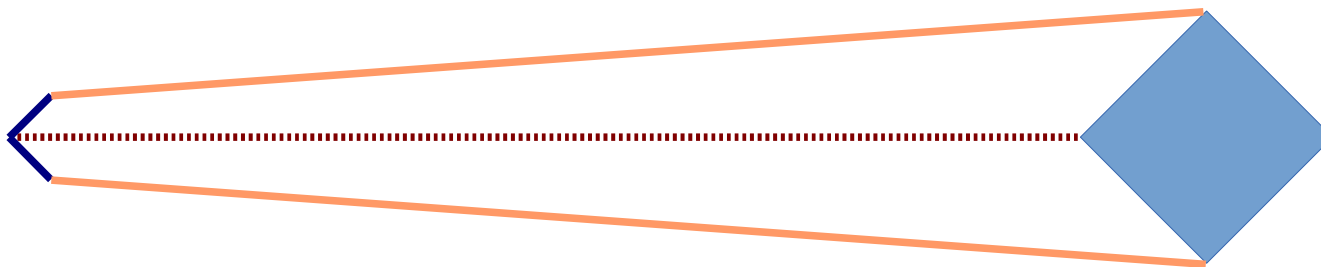
Dessin projeté de la diagonale du dessus : 4,24 m

On peut compléter les arêtes visibles L'I et K'H

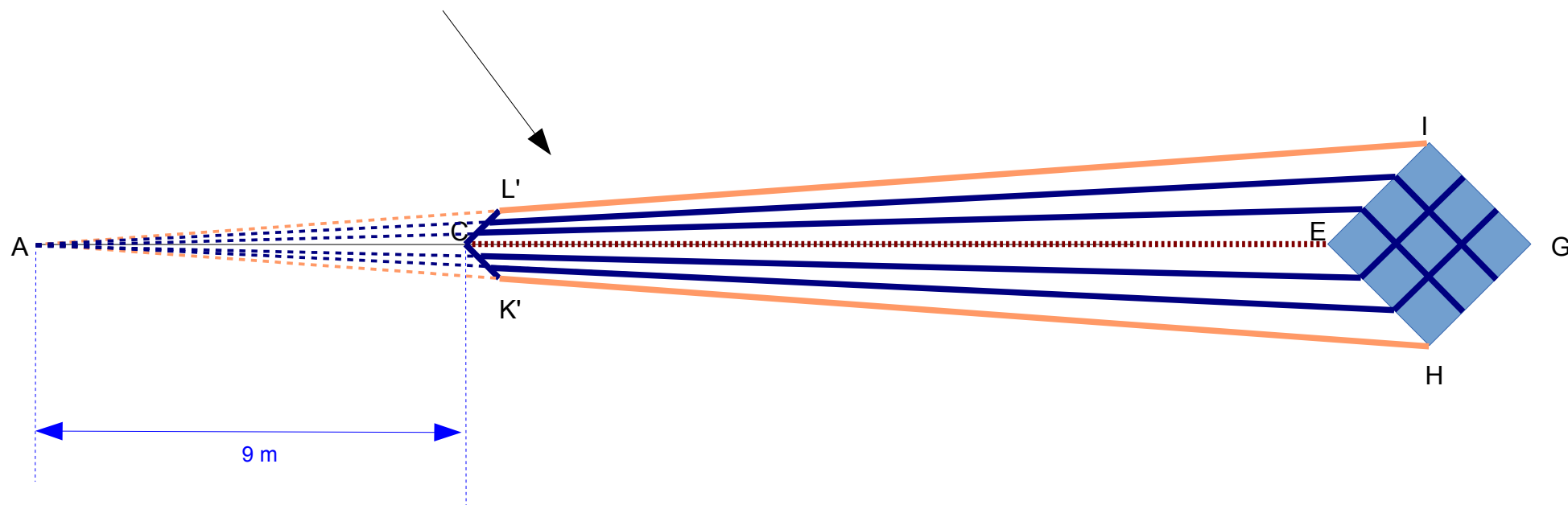


Dessin projeté de l'arête frontale : 18 m

Dessin projeté de la diagonale du dessus : 4,24 m

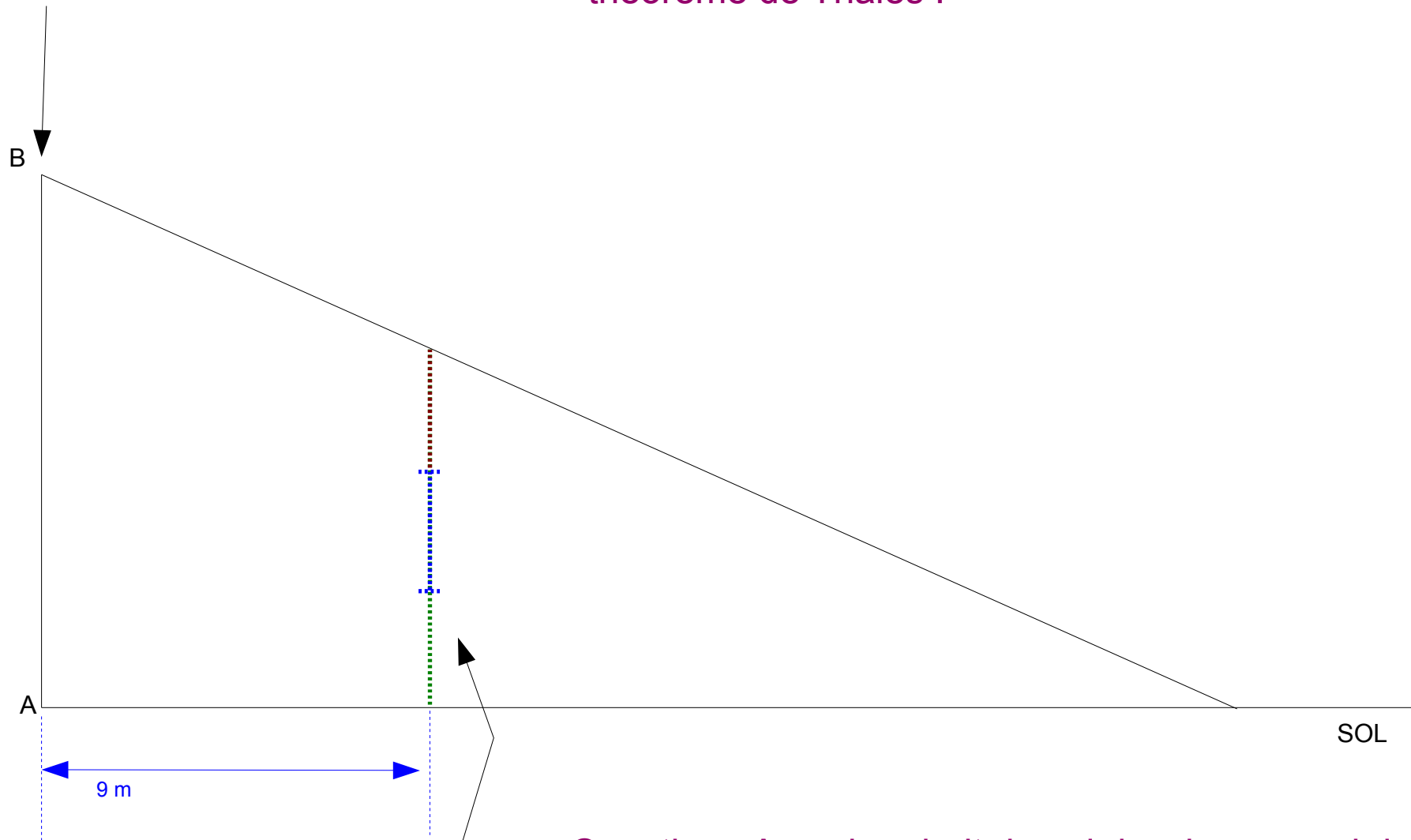


On peut quadriller les faces du cube.
D'abord avec la face EIGH puis les
« verticales » des deux autres faces.



Point de vue pour l'anamorphose : 1,5m

Pour les horizontales, il faut utiliser à nouveau le théorème de Thalès :



Arête virtuelle frontale : 1m

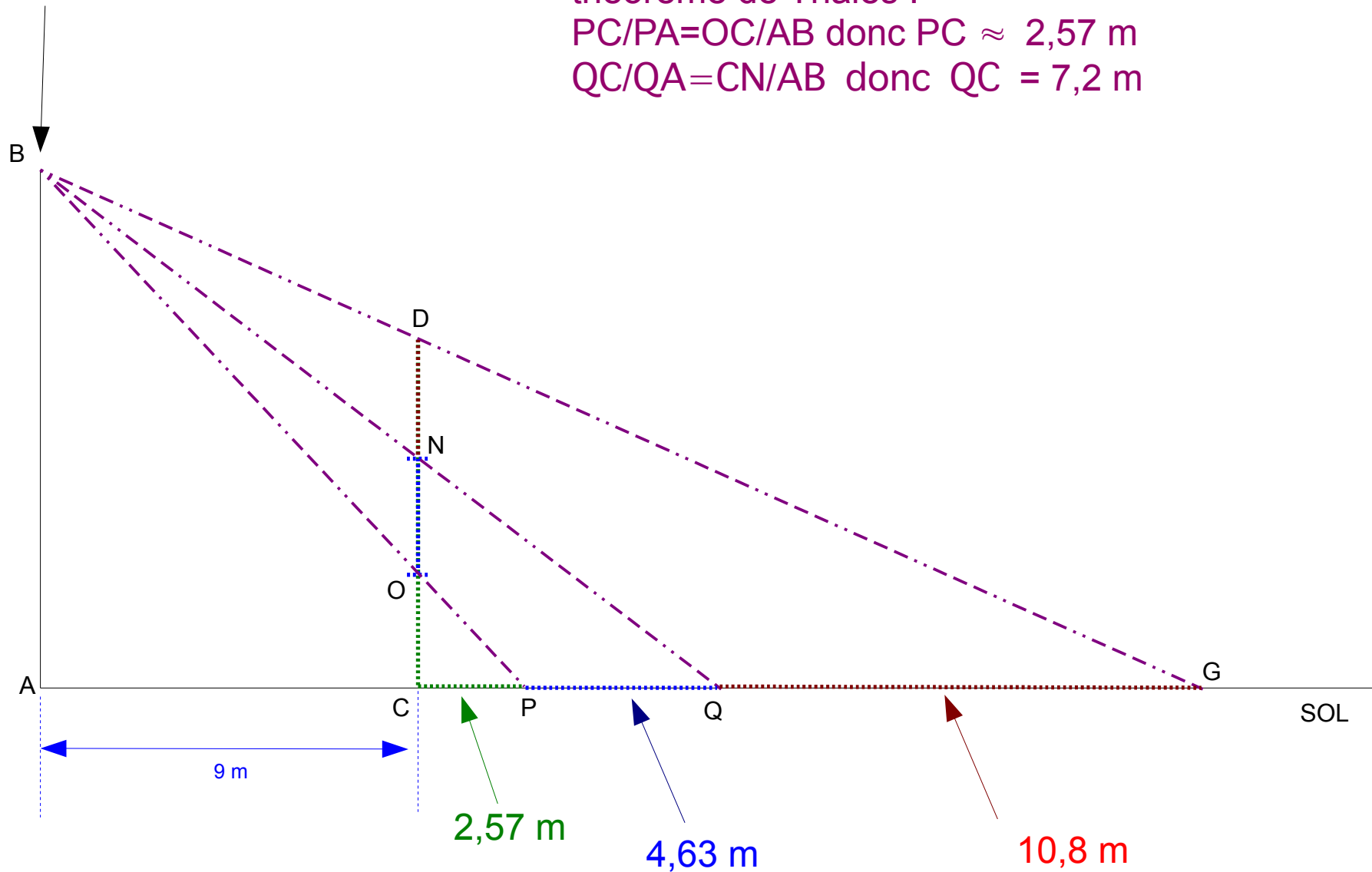
Question : A quel endroit du sol dessiner ce qui donnera l'illusion des parties rouge, bleue et verte de l'arête virtuelle verticale ?

Point de vue pour l'anamorphose : 1,5m

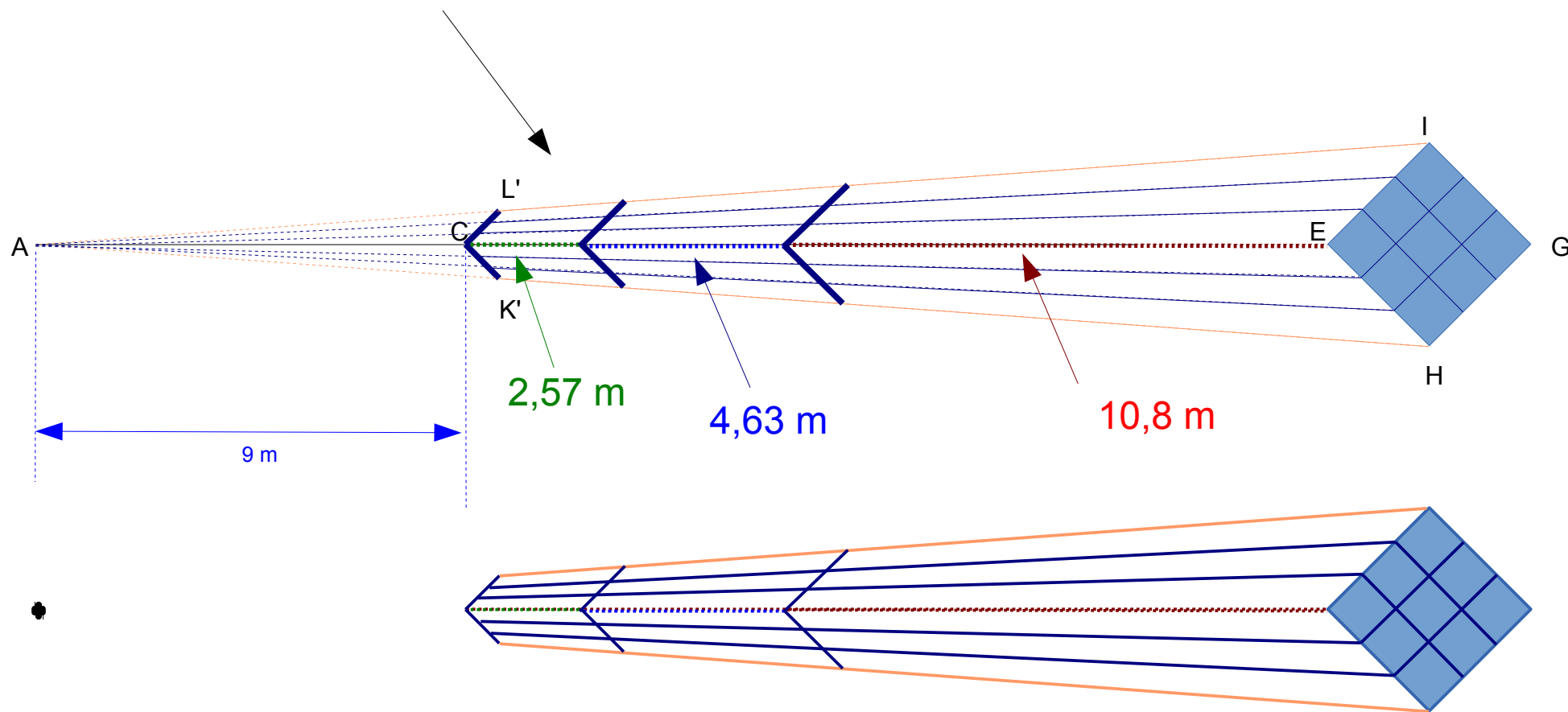
Pour les horizontales, il faut utiliser à nouveau le théorème de Thalès :

$$PC/PA = OC/AB \text{ donc } PC \approx 2,57 \text{ m}$$

$$QC/QA = CN/AB \text{ donc } QC = 7,2 \text{ m}$$



On peut quadriller les faces du cube.
D'abord avec la face EIGH puis les
« verticales » des deux autres faces.



Conseils :

J'ai pris la photo un jour sans soleil (La veille, avec les ombres et les détails du bitume, l'illusion était un peu moins crédible)

Nous avons écrasé de la cendre au pied du cube pour donner l'illusion d'un cube en lévitation avec son ombre au sol.



MUTUAMATH

Projet MutuaMath : <http://mutuamath.sesamath.net> Copyright (c) 2009 Auteur original : Alexandre CARRET.

Ce document est sous licence Creative commons : <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.0/fr/>

Vous êtes libre de reproduire, distribuer, communiquer cette création au public, de modifier cette création à condition de citer le nom de l'auteur original et l'adresse du site Mutuamath. Si vous modifiez, transformez ou adaptez cette création, vous n'avez le droit de distribuer la création qui en résulte que sous un contrat identique à celui-ci.