Les 90 premières décimales de π :

3, 1415926535 8979323846 2643383279 5028841971 6939937510 5820974944 5923078164 0628620899 8628034825

L'usage de la lettre grecque π, première lettre de « περίμετρος » — *périmètre* en grec, n'est apparu qu'au xviii[e] siècle.

Ce n'est cependant qu'au xviii[e] siècle que Johann Heinrich Lambert prouve que le nombre π est irrationnel.
Au cours du xx[e] siècle, d'autres démonstrations furent trouvées. L'une d'entre elles, due à Ivan Niven, est très largement connue. Une preuve similaire avait été trouvée quelques temps auparavant par Mary Cartwright.

Transcendance

π est aussi un nombre transcendant, c'est-à-dire non algébrique : il n'existe pas de polynôme à coefficients rationnels dont π soit une racine.
C'est au xix[e] siècle que ce résultat est démontré. En 1873, Charles Hermite prouve que la base du logarithme népérien, le nombre e, est transcendant. En 1882, Ferdinand von Lindemann généralise son raisonnement en un théorème (le théorème d'Hermite-Lindemann) qui stipule que, si x est algébrique et différent de zéro, alors e^x est transcendant. Or $e^{i\pi}$ n'est pas transcendant (puisqu'il est égal à -1). Par contraposée, $i\pi$ n'est pas algébrique donc (comme i, lui, est algébrique) π est transcendant.
Une conséquence importante de la transcendance de π est que celui-ci n'est pas constructible. En effet, le théorème de Wantzel énonce en particulier que tout nombre constructible est algébrique.
Ainsi, la quadrature du cercle est impossible.

Représentation décimale

Alors qu'en 2007, on connaît plus de 10^{12} (un billion de) décimales de π, de nombreuses applications n'ont besoin que d'une dizaine de chiffres, comme l'estimation de la circonférence d'un cercle. Par exemple, la représentation décimale de π tronquée à 39 décimales est suffisante pour estimer la circonférence d'un cercle dont les dimensions sont celles de l'univers observable avec une précision comparable à celle du rayon d'un atome d'hydrogène.
Par ailleurs, le développement décimal de π ouvre le champ à d'autres questions, notamment celle de savoir si π est un nombre normal, c'est-à-dire que ses chiffres en écriture décimale sont équirépartis. On peut aussi se demander si π est un nombre univers, ce qui signifie qu'on pourrait trouver dans son développement décimal n'importe quelle suite finie de chiffres. En 2006, il n'existait pas de réponse à ces questions.

Représentation fractionnaire

Les fractions de nombres entiers suivantes sont utilisées pour mémoriser ou approximer π dans des calculs (*nombre de chiffres significatifs entre parenthèses*):

$\frac{3}{1}$ (*1*); $\frac{22}{7}$ (*3*); $\frac{333}{106}$ (*5*); $\frac{355}{113}$ (*7*);
$\frac{103\,993}{33\,102}$ (*9*); $\frac{104\,348}{33\,215}$ (*10*); $\frac{208\,341}{66\,317}$ (*10*)

Découvert en 1855, le papyrus de Rhind recopié par le scribe égyptien Ahmès contient une évaluation de π de $\frac{256}{81}$ Le texte indien *Shatapatha Brahmana* donne à π une valeur de $\frac{339}{108}$.

C'est dans le traité d'Archimède (-287, -212) intitulé *De la mesure du cercle* que l'on peut lire une démonstration liant l'aire du disque et l'aire du triangle ayant pour base le périmètre du cercle et pour hauteur le rayon, démontrant ainsi qu'une même constante apparaît dans le rapport entre aire du disque et carré du rayon et entre périmètre et diamètre.
Il démontre ainsi que $3 + 10/71 < \pi < 3 + 1/7$. Archimède s'arrête à 96 côtés car les calculs qu'il est amené à effectuer, avec valeurs approchées, sont déjà longs pour l'époque.
Le mathématicien chinois Zu Chongzhi donne une approximation rationnelle encore plus précise de π : 355/113 et montre que $3{,}1415926 < \pi < 3{,}1415927$, en utilisant l'algorithme de Liu Hui appliqué à un polygone à 12 288 côtés.
Cette valeur demeure la meilleure approximation de π au cours des 900 années qui suivent.

Suites et séries

De nombreuses suites ou séries convergent vers π ou un multiple rationnel de π et sont même à l'origine de calculs de valeurs approchées de ce nombre.

$$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\ldots+\frac{(-1)^i}{2i+1}+\ldots=\frac{\pi}{4}$$ (formule de Leibniz, Gregory et Madhava de Sangamagrama)

$$\frac{2}{1}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{6}{5}\times\frac{6}{7}\times\frac{8}{7}\times\frac{8}{9}\times\ldots\frac{2i+2}{2i+1}\times\frac{2i+2}{2i+3}\times\ldots=\frac{\pi}{2}$$ (produit de Wallis)

source : http://fr.wikipedia.org/wiki/Pi

Mémorisation de π

Le record de mémorisation de π reconnu par le Guinness des records est de 67 890 chiffres, détenu par Lu Chao, un jeune diplômé chinois. Il lui a fallu 24 heures et 4 minutes pour réciter les 67 890 premières décimales de π sans erreur.

Il y a plusieurs façons de retenir les décimales de π, dont des poèmes dont le nombre de lettres de chaque mot correspond à une décimale, les mots de 10 lettres représentant un 0. En voici quelques exemples :

Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages !
Immortel Archimède, artiste, ingénieur,
(variante : Glorieux Archimède, artiste ingénieux,)
Qui de ton jugement peut priser la valeur ?
(variante : Toi de qui Syracuse aime encore la gloire,)
Pour moi ton problème eut de pareils avantages.
(variante : Soit ton nom conservé par de savants grimoires.)
Jadis, mystérieux, un problème bloquait
Tout l'admirable procédé, l'œuvre grandiose
Que Pythagore découvrit aux anciens Grecs.
Ô quadrature ! Vieux tourment du philosophe
Insoluble rondeur, trop longtemps vous avez
Défié Pythagore et ses imitateurs.
Comment intégrer l'espace plan circulaire ?
Former un triangle auquel il équivaudra ?
Nouvelle invention : Archimède inscrira
Dedans un hexagone ; appréciera son aire
Fonction du rayon. Pas trop ne s'y tiendra :
Dédoublera chaque élément antérieur ;
Toujours de l'orbe calculée approchera ;
Définira limite ; enfin, l'arc, le limiteur
De cet inquiétant cercle, ennemi trop rebelle
Professeur, enseignez son problème avec zèle

Un autre poème :

Car j'aime à faire apprécier ce nombre, objet des soins patients, longtemps répétés, engendrés par ce dur problème grec : "carrer" le cercle. Même son nom habituel est un symbole (périmètre) utile.

En anglais

How I wish I could enumerate Pi easily, since all these horrible mnemonics prevent recalling any of pi's sequence more simply.

Comme j'aimerais pouvoir réciter Pi sans problème, puisqu'aucun de ces horribles moyens mnémotechniques ne permettent de s'en souvenir facilement.

May I have a large container of coffee

Qu'on m'apporte un grand pot de café!

En allemand

Wie ? O ! Dies π Macht ernstlich so vielen viele Müh !
Lernt immerhin, Jünglinge, leichte Verselein,
Wie so zum Beispiel dies dürfte zu merken sein !

Comment ? ô ! Ce π donne sérieusement du mal à autant, autant d'hommes !
Apprenez toujours, jeunes hommes, les petits vers facile,
comme par exemple, celui-ci qui est sans doute facile à retenir.

En espagnol

Con 1 palo y 5 ladrillos se pueden hacer mil cosas.

Avec 1 bâton et 5 briques, on peut faire mille choses.

Sol y Luna y cielo proclaman al divino autor del cosmo.

Soleil et Lune et Ciel acclament le divin auteur du cosmos.

Table de multiplication avec A = 3,14159265

les produits avec un carré sont soulignés

A x 2 = 6,2831853	A x 28 = 87,9645942	A x 55 = 172,78759575	A x 82 = 257,6105973	A x 108 = 339,2920062
A x 3 = 9,42477795	A x 29 = 91,10618685	A x 56 = 175,9291884	A x 83 = 260,75218995	A x 109 = 342,43359885
A x 4 = 12,5663706	A x 31 = 97,38937215	A x 57 = 179,07078105	A x 84 = 263,8937826	A x 111 = 348,71678415
A x 5 = 15,70796325	A x 32 = 100,5309648	A x 58 = 182,2123737	A x 85 = 267,03537525	A x 112 = 351,8583768
A x 6 = 18,8495559	A x 33 = 103,67255745	A x 59 = 185,35396635	A x 86 = 270,1769679	A x 113 = 354,99996945
A x 7 = 21,99114855	A x 34 = 106,8141501	A x 61 = 191,63715165	A x 87 = 273,31856055	A x 114 = 358,1415621
A x 8 = 25,1327412	A x 35 = 109,95574275	A x 62 = 194,7787443	A x 88 = 276,4601532	A x 115 = 361,28315475
A x 9 = 28,27433385	**A x 36 = 113,0973354**	A x 63 = 197,92033695	A x 89 = 279,60174585	A x 116 = 364,4247474
A x 11 = 34,55751915	A x 37 = 116,23892805	**A x 64 = 201,0619296**	A x 91 = 285,88493115	A x 117 = 367,56634005
A x 12 = 37,6991118	A x 38 = 119,3805207	A x 65 = 204,20352225	A x 92 = 289,0265238	A x 118 = 370,7079327
A x 13 = 40,84070445	A x 39 = 122,52211335	A x 66 = 207,3451149	A x 93 = 292,16811645	A x 119 = 373,84952535
A x 14 = 43,9822971	A x 41 = 128,80529865	A x 67 = 210,48670755	A x 94 = 295,3097091	**A x 121 = 380,13271065**
A x 15 = 47,12388975	A x 42 = 131,9468913	A x 68 = 213,6283002	A x 95 = 298,45130175	**A x 144 = 452,3893416**
A x 16 = 50,2654824	A x 43 = 135,08848395	A x 69 = 216,76989285	A x 96 = 301,5928944	**A x 169 = 530,92915785**
A x 17 = 53,40707505	A x 44 = 138,2300766	A x 71 = 223,05307815	A x 97 = 304,73448705	**A x 196 = 615,7521594**
A x 18 = 56,5486677	A x 45 = 141,37166925	A x 72 = 226,1946708	A x 98 = 307,8760797	**A x 225 = 706,85834625**
A x 19 = 59,69026035	A x 46 = 144,5132619	A x 73 = 229,33626345	A x 99 = 311,01767235	**A x 289 = 907,92027585**
A x 21 = 65,97344565	A x 47 = 147,65485455	A x 74 = 232,4778561	A x 101 = 317,30085765	**A x 324 = 1017,8760186**
A x 22 = 69,1150383	A x 48 = 150,7964472	A x 75 = 235,61944875	A x 102 = 320,4424503	**A x 361 = 1134,11494665**
A x 23 = 72,25663095	**A x 49 = 153,93803985**	A x 76 = 238,7610414	A x 103 = 323,58404295	**A x 441 = 1385,44235865**
A x 24 = 75,3982236	A x 51 = 160,22122515	A x 77 = 241,90263405	A x 104 = 326,7256356	**A x 484 = 1520,5308426**
A x 25 = 78,53981625	A x 52 = 163,3628178	A x 78 = 245,0442267	A x 105 = 329,86722825	**A x 529 = 1661,90251185**
A x 26 = 81,6814089	A x 53 = 166,50441045	A x 79 = 248,18581935	A x 106 = 333,0088209	**A x 576 = 1809,5573664**
A x 27 = 84,82300155	A x 54 = 169,6460031	**A x 81 = 254,46900465**	A x 107 = 336,15041355	**A x 625 = 1963,49540625**

$\pi^2 \approx 9{,}86960438$ $\qquad \pi : 3 \approx 1{,}04719755$ $\qquad 1 : \pi \approx 0{,}31830989$

http://fr.wikipedia.org/wiki/Fichier:Pi_pie2.jpg

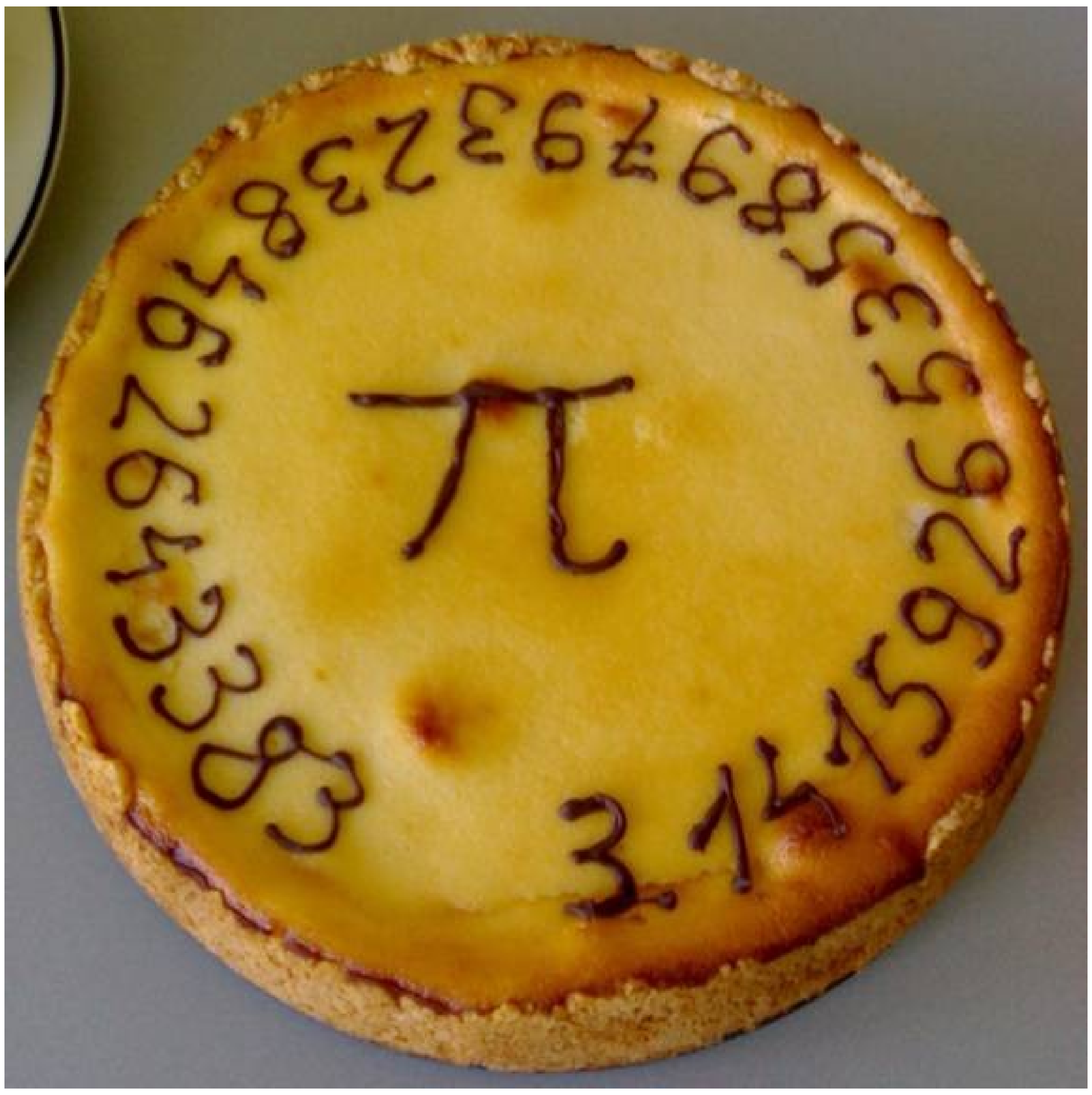
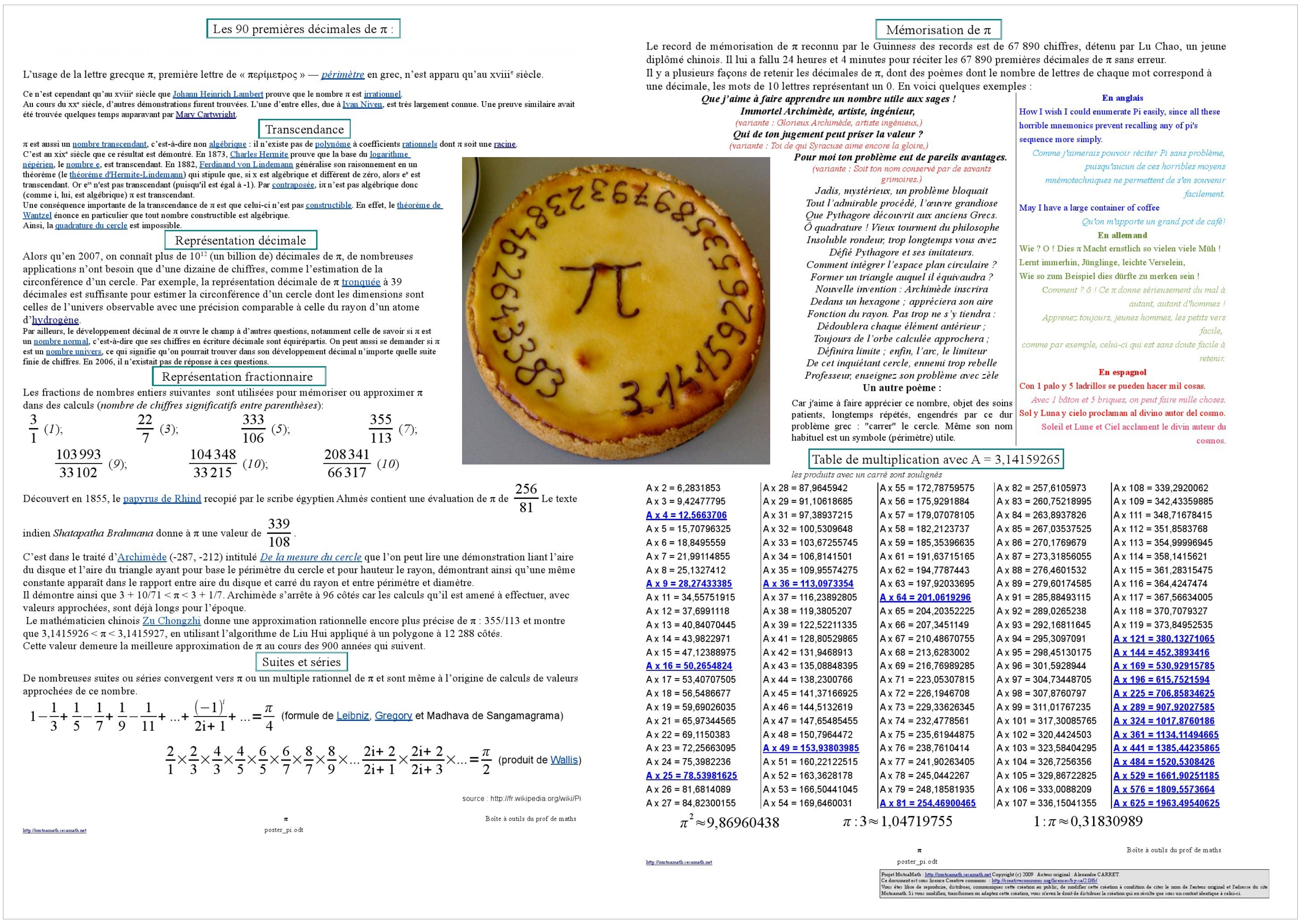


Photo à découper.

Ci-dessous, une vue de l'affiche entière :


Les 90 premières décimales de π :

L'usage de la lettre grecque π, première lettre de « περίμετρος » — périmètre en grec, n'est apparu qu'au xviiie siècle.

Transcendance

Représentation décimale

Représentation fractionnaire

Les fractions de nombres entiers suivantes sont utilisées pour mémoriser ou approximer π dans des calculs (*nombre de chiffres significatifs entre parenthèses*):

$\frac{3}{1}$ (*1*); $\frac{22}{7}$ (*3*); $\frac{333}{106}$ (*5*); $\frac{355}{113}$ (*7*);

$\frac{103993}{33102}$ (*9*); $\frac{104348}{33215}$ (*10*); $\frac{208341}{66317}$ (*10*)

Suites et séries

$$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\ldots+\frac{(-1)^i}{2i+1}+\ldots=\frac{\pi}{4}$$ (formule de Leibniz, Gregory et Madhava de Sangamagrama)

$$\frac{2}{1}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{6}{5}\times\frac{6}{7}\times\frac{8}{7}\times\frac{8}{9}\times\ldots\frac{2i+2}{2i+1}\times\frac{2i+2}{2i+3}\times\ldots=\frac{\pi}{2}$$ (produit de Wallis)

Mémorisation de π

Table de multiplication avec A = 3,14159265

$\pi^2\approx 9{,}86960438$ $\pi:3\approx 1{,}04719755$ $1:\pi\approx 0{,}31830989$