Calcul littéral :

Développer : $2x(5x-3) = 10x^2 - 6x$ $\qquad (2x+1)(-3+4x) = 8x^2 - 2x - 3$

Factoriser : $A = (2x+1)^2 - (2x+1)(x-4) = (2x+1)[(2x+1)-(x-4)] = (2x+1)(x+5)$

Substituer : Calculer A si x vaut -2 : $A = x^2 - 3x + 1 = (-2)^2 - 3\times(-2) + 1 = 4 + 6 + 1 = 11$

Cas particuliers des identités remarquables :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\qquad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $\qquad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples :

$(2x-5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$ $\qquad x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$ $\qquad 9 - 4x^2 = (3+2x)(3-2x)$

Equations produits:

Si un produit de facteurs est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Exemple : $(x+1)(2x-2) = 0$

C'est une équation produit

Or : Si un produit de facteurs est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Donc : $x+1 = 0$ ou $2x-2 = 0$

Donc : $x = -1$ ou $x = 1$

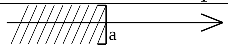
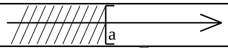
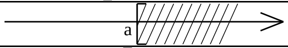
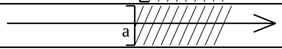
Donc : $S = \{-1 ; 1\}$

Inéquations :

- Si l'on ajoute, soustrait, multiplie par un nombre positif, divise par un nombre strictement positif, le sens de l'inégalité ne change pas.
- Si l'on multiplie ou divise par un nombre strictement négatif, le sens de l'inégalité change.

Exemple : $-2x + 3 \geq 0$ donc : $-2x \geq -3$ donc : $x \leq (-3) : (-2)$ donc : $\boldsymbol{x \leq 1,5}$

Représentation graphique des solutions : la partie hachurée correspond aux solutions :

$x \leq a$	
$x < a$	
$x \geq a$	
$x > a$	

Fonctions (généralités) :

- Lire/calculer l'image d'un nombre x par une fonction, c'est lire/calculer y (= f(x)).

Exemple : $f(x) = x^2 - 5$

L'image de 3 par f est : $f(3) = 3^2 - 5 = 4$

- Lire/calculer un antécédent de y par une fonction f, c'est lire/calculer x.

Exemple : $f(x) = 2x + 1$

$2x + 1 = 4$ donc $2x = 3$ donc $x = 3/2$: un antécédent de 4 par f est 3/2

Un repère orthonormal (=orthonormé) est un repère dont les axes sont perpendiculaires avec 1cm pour 1 unité sur chaque axe.

Fonctions linéaires/affines :

Une fonction affine est de la forme : f : x   ax + b (a s'appelle le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine)

Une fonction linéaire est un cas particulier des fonctions affines : b=0 donc : f : x   ax

Tracés :

Les représentations graphiques des fonctions affines sont des droites.

Les représentations graphiques des fonctions linéaires sont des droites passant par l'origine.

- Pour représenter graphiquement une fonction affine f, on choisit 2 valeurs de x, on calcule leurs images par f : cela donne 2 points qui, reliés, donne la droite représentative de f.
- Pour représenter graphiquement une fonction linéaire f, on choisit 1 valeur de x, on calcule son image par f : la droite attendue passe par le point obtenu et O(0 ; 0)

Caractériser une fonction affine connaissant 2 points :

Formule : $a = \dfrac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A} = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemple : Déterminer la fonction affine f qui vérifie : $f(3) = 9$ et $f(-2) = -1$.

Notons (D) sa droite représentative.

f est une fonction affine donc : (D) a pour équation $y = ax + b$

♣*Trouvons a* :

$a = \dfrac{f(3) - f(-2)}{3-(-2)} = \dfrac{9 - (-1)}{5} = \dfrac{10}{5} = 2$

Donc : f est de la forme : f : x   2x + b

♣*Trouvons b* :

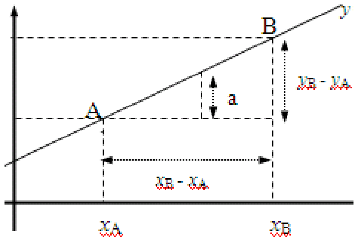
$A \in (D)$ donc ses coordonnées vérifient l'équation de (D)

Donc : $2\times3 + b = 9$

Donc : $b = 9 - 6 = 3$

Finalement : f : x   2x + 3

Lire graphiquement a et b :



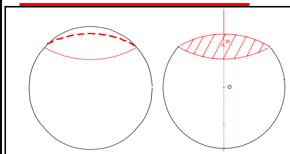
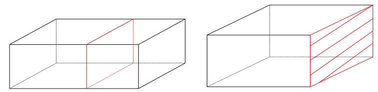
Comment savoir si un point appartient à une courbe ?

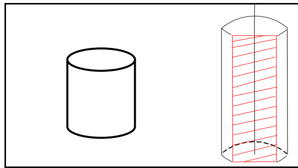
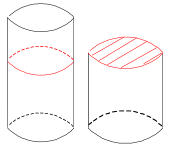
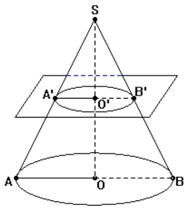
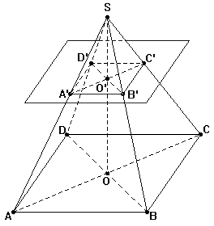
Un point appartient à une courbe si ses coordonnées vérifient l'équation de la courbe.

Exemple : $f(x) = 4x + 1$ et A(2 ; 10)

$f(x_A) = 4x_A + 1 = 4\times2 + 1 = 9 \neq 10$ donc $A(2 ;10) \notin C_f$

Sections de solides :

	Section : Cercle de rayon plus petit	 Section : Rectangle de même dimension que les bases

	Section : Rectangle de longueur la hauteur du cylindre		Section : Cercle identique au cercle de base.
	Section : Cercle plus petit que le cercle de base.		Section : Même nature que la base de la pyramide

Agrandissement/réduction :

Lors d'une réduction (agrandissement) de coefficient k :

- Les longueurs sont divisées (multipliées) par k.
- Les aires sont divisées (multipliées) par k^2
- Les volumes sont divisés (multipliés) par k^3

Ce coefficient se calcule grâce au théorème de Thalès.

Statistiques :

$$\boxed{\text{Fréquence} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}}$$

Les fréquences en % s'obtiennent en re-multipliant par 100.

Les effectifs cumulés croissants indiquent combien d'individus ont une valeur du caractère étudié strictement inférieure à une valeur donnée.

Exemple :

Nombre de films regardés	Effectifs	Effectifs cumulés croissants
0	50	
1	60	
2	120	

Ici, 110 personnes ont regardé moins de 1 film.

Moyenne arithmétique :

Pierre a parcouru 54 km lundi, 37 km mardi, 63 km mercredi et 45 km jeudi. Il a parcouru en moyenne : $\frac{54+37+63+45}{4} = \frac{199}{4} = 49{,}75$ km

Moyenne pondérée :

Aurélie a eu 2 notes : un 14/20 coeff.1 et un 6/20 coeff. 2. Sa moyenne est : $\frac{14 + 2 \times 6}{1+2} = \frac{26}{3} \approx 8{,}66$

Moyenne par classes :

âge	[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[
Centre de classe	5	…	…
Effectifs	27	45	48

La moyenne est :
(5×27+15×45+25×48) : (25+45+48) ≈ 17,03

L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série.

La médiane d'une série statistique partage cette série en deux groupes de même effectif :
- les valeurs inférieures ou égales à la valeur médiane.
- les valeurs supérieures ou égales à la valeur médiane.

Exemple : Voici 5 notes : 8 – 12 – 12 – 18 – 5

On les range dans l'ordre croissant : 5 – 8 – 12 – 12 – 18

La médiane est la note « au milieu des 5 valeurs » donc la $3^{\text{ème}}$ valeur : ici, c'est 12.

Probabilités :

Une expérience est dite aléatoire lorsqu'on ne peut pas prévoir avec certitude le résultat. Elle est uniquement due au hasard.

La probabilité de réalisation d'un évènement A est le quotient entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles.

$$p(A) = \frac{\textit{nombre de cas favorables}}{\textit{nombre de cas possibles}}$$

Exemples :  p(« tirer une boule jaune ») = 2/5

Il y a une situation d'équiprobabilité lorsque tous les évènements élémentaires possibles ont la même probabilité d'être réalisés.

Exemples : Dans le cas du dé :

Les 6 chiffres ont la même probabilité de sortie : 1/6 ; c'est une situation d'équiprobabilité.

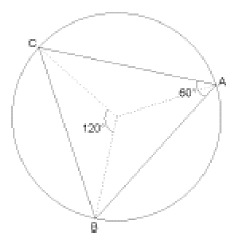
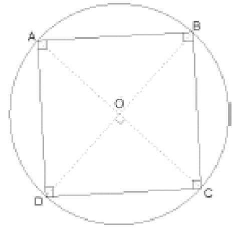
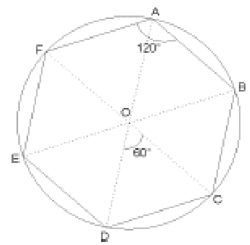
Un évènement sûr d'être réalisé est dit certain et sa probabilité est 1.
Un évènement qui ne se réalisera jamais est dit impossible et sa probabilité est 0.
Deux évènements qui ne peuvent être réalisés simultanément sont dits incompatibles.
Lors d'expériences à 2 épreuves, on peut utiliser un arbre pour calculer les probabilités.

Polygones réguliers : triangle équilatéral ,carré, pentagone régulier ...

Les côtés d'un polygone régulier sont de même mesure. Tout polygone régulier est inscriptible dans un cercle.

Soit A et B deux sommets consécutifs d'un polygone régulier de n côtés de centre O.

On a : AÔB = 360/n°

 triangle équilatéral on obtient des angles au centre de 360 ÷ 3 = 120°	 Carré on obtient des angles au centre de 360 ÷ 4 = 90°	 hexagone régulier on obtient des angles au centre de 360 ÷ 6 = 60°

Arithmétique :

Décomposition en nombres premiers : 126 = 2×63=2×3×21=2×3×3×7 = 2×3²×7

PGCD(295 ; 177)par l'algorithme des divisions successives :

	2	9	5
-	1	7	7
	1	1	8

	1	7	7
-	1	1	8
		5	9

	1	1	8
-		***5***	***9***
		5	***9***

PGCD(360 ;252) par l'algorithme d'Euclide :

$360 = 252 \times 1 + 108$

$252 = 108 \times 2 + 36$ ← PGCD(360 ; 252)

$108 = 36 \times 3 + 0$

PGCD par décomposition en nombres premiers :

360 = 2×180 = 2×2×90 = 2×2×2×45 = 2×2×2×3×15 = 2×2×2×3×3×5 = 2^3×3²×5

252 = 2×126 = 2²×3²×7

Donc PGCD (360 ; 252) = 2² × 3² = 4×9 = 36 (on prend tous les facteurs communs)

- Deux nombres sont *premiers entre eux* si le calcul de leur PGCD donne 1.
- Pour rendre *irréductible* une fraction, il suffit de diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD.

Grandeurs composées :

Grandeurs-produits :

Energie électrique : E (kW.h) = P (kW) × t(h)

Grandeurs quotients :

Vitesse moyenne : V (km/h) = d(km) / t(h)

Densité de population : Densité (hab/km²) = nombres d'habitants / aire (km²)

Masse volumique : Masse volumique (kg/m^3) = masse (kg) / volume (m^3).

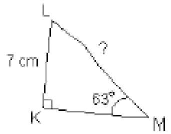
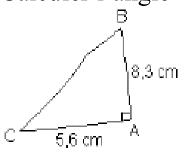
Débit : Débit (m^3/s) = volume (m^3) / durée (s)

Trigonométrie :

Soit ABC un triangle rectangle en A :

$\cos \hat{B} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \hat{B}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AB}{BC}$ $\quad \sin \hat{B} = \dfrac{\text{côté opposé à } \hat{B}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AC}{BC}$ $\quad \tan \hat{B} = \dfrac{\text{côté opposé à } \hat{B}}{\text{côté adjacent à } \hat{B}} = \dfrac{AC}{AB}$

Exemples :

Calculer LM :  	LKM est rectangle en K Donc : sin(M) = $\dfrac{\text{côté opposé à M}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{LK}{LM} = \dfrac{7}{LM}$ Donc : sin(63°) = $\dfrac{7}{LM}$ Donc : LM = 7 : sin(63°) ≈ 7,9cm
Calculer l'angle C :  	ABC est rectangle en A Donc : tan(C) = $\dfrac{\text{côté opposé à C}}{\text{côté adjacent à C}} = \dfrac{BA}{AC} = \dfrac{8,3}{5,6}$ Donc : C = tan $^{-1}$ $\left(\dfrac{8,3}{5,6}\right)$ ≈ 56°

Thalès direct : Dans le triangle OSR on a :

E∈[OS] et U∈[OR] et (UE) // (SR)

Donc d'après le théorème de Thalès on a :

$\dfrac{OE}{OS} = \dfrac{OU}{OR} = \dfrac{EU}{SR}$ Donc : $\dfrac{4}{OS} = \dfrac{3}{10} = \dfrac{EU}{9}$

Calcul de EU :

$\dfrac{3}{10} = \dfrac{EU}{9}$

Donc :10×EU = 3×9

Donc : EU = 27/10 = 2,7cm

Thalès réciproque : Dans le triangle OSR

E∈[OS] et U∈[OR]

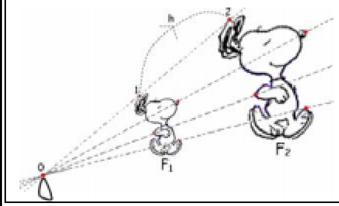
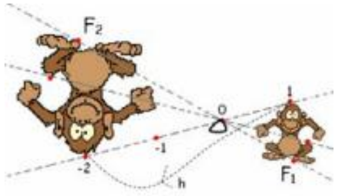
Les points sont alignés dans le même ordre

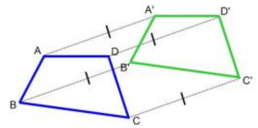
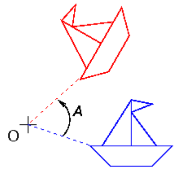
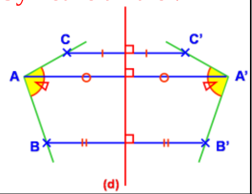
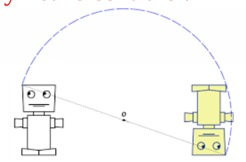
Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, ( ) // ( )

Pythagore direct :

Pythagore réciproque :

Homothéties :

k = 2	k = -2
	

Translation :	Rotation :	Symétrie axiale :	Symétrie centrale :
			

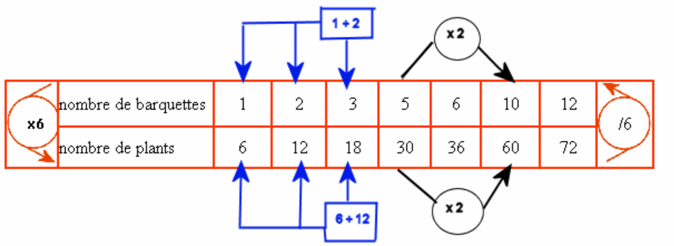
Fractions :

Puissances:

Formules	Exemples
$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$	$10^4 \times 10^{-2} = 10^{(4-2)} = 10^2$
$10^{-n} = \frac{1}{10^n}$	$\frac{1}{10^4} = 10^{-4}$
$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$	$\frac{10^{-3}}{10^4} = 10^{(-3-4)} = 10^{-7}$
$(10^m)^n = 10^{m.n}$	$(10^{-3})^4 = 10^{-12}$

Ecriture scientifique :

Proportionnalité :



nombre de barquettes	1	2	3	5	6	10	12
nombre de plants	6	12	18	30	36	60	72

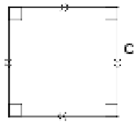
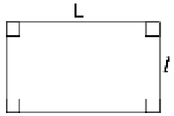
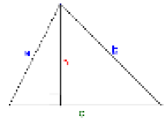
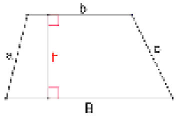
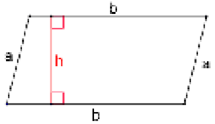
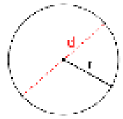
Graphiquement : si les points sont alignés avec l'origine du repère alors on a une situation de proportionnalité

Pourcentages :
Si un prix baisse de 15% alors nouveau prix = ancien prix × 0,85
Si un prix augmente de 15% alors : nouveau prix = ancien prix × 1,15
On ne peut pas ajouter ou soustraire des pourcentages successifs.

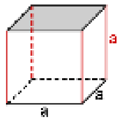
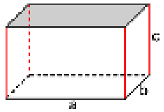
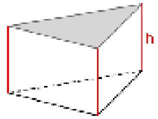
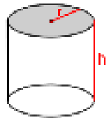
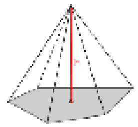
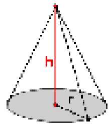
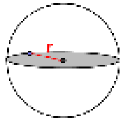
Vitesse :
Convertir :
150km -> 1h donc 150000m -> 1h donc 150000/3600m -> 1s donc 42m -> 1s
Calculer :
Il suffit d'utiliser la formule (v = d/t) ou de construire un tableau de proportionnalité entre les distances et le temps.

FORMULAIRE :

Figures Planes

Le carré	Le rectangle	Le triangle
 Périmètre = c x 4 Aire = c²	 Périmètre = (L + ℓ) x 2 Aire = L x ℓ	 Périmètre = a + b + c Aire = $\frac{c \times h}{2}$
Le trapèze	**Le parallélogramme**	**Le cercle**
 Périmètre = a + b + c + B Aire = $\frac{(B + b) \times h}{2}$	 Périmètre = a + b + a + b Aire = b x h	 Longueur du cercle = d x π ou 2 π r Aire du disque = π r²

Solides

Le cube	Le pave droit	Le prisme	Le cylindre
 Volume = a³ Aire totale = 6 x a²	 Volume = a x b x c	 Volume = Aire de la base x h Aire latérale = périmètre de la base x h	 Volume = π r² h Aire latérale = 2π r h
La pyramide		**Le cône**	**La boule**
 V = $\frac{\text{Aire de la base x h}}{3}$		 V = $\frac{\pi r^2 h}{3}$	 Volume = $\frac{4}{3}\pi r^3$ Aire de la sphère = 4π r²

Rappels :

1L = 1dm^3
➔ Il faut absolument connaitre par cœur les conversions des longueurs, aires et volumes !!